



Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Universidad del Perú. Decana de América

Facultad de Ciencias Físicas

Escuela Académico Profesional de Física

**Análisis por modelización de componentes de una serie
temporal de datos de vegetación**

MONOGRAFÍA TÉCNICA

Para optar el Título Profesional de Licenciado en Física

AUTOR

Hernán Iván VÁSQUEZ RIVASPLATA

ASESOR

Octavio FASHÉ RAYMUNDO

Lima, Perú

2009



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Vásquez, H. (2009). *Análisis por modelización de componentes de una serie temporal de datos de vegetación*. Monografía Técnica para optar el título profesional de Licenciado en Física. Escuela Académico Profesional de Física, Facultad de Ciencias Físicas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú.

ÍNDICE

1. Resumen	1
2. Introducción	2
3. Datos de Vegetación	4
3.1. Ubicación y límites	5
3.2. Superficie y agricultura	6
4. Series de Tiempo	6
4.1. Análisis de una Serie Temporal	6
4.2. Modelización por componentes	6
4.3. Descomposición de una Serie Temporal	11
4.4. Medias móviles	11
4.5. Estacionalidad	12
4.6. Auto correlación	14
4.7. Correlograma	15
5. Proceso de Trabajo con la Serie de Tiempo	17
5.1. Estabilización de la Serie (Medias Móviles)	17
5.2. Estacionalidad	23
5.3. Estimación de la Tendencia	24
5.4. Obtención del Modelo y los Residuos	27
5.5. Previsiones	34
5.6. Correlograma	36
6. Conclusiones	43
7. Bibliografía	45
Anexo I. Acceso a los Productos VEGETATION	46
Anexo II. Método de obtención de los datos VGT-S10	48

1. Resumen

En el presente trabajo monográfico, se trata de explotar las ventajas de una técnica que permite la adquisición de datos del terreno (teledetección), y la metodología del manejo de series de tiempo para trabajar estos datos y; a partir de esta, obtener información valiosa respecto al comportamiento temporal, en nuestro caso de la vegetación de los departamentos de Tumbes, Piura y Lambayeque.

En el caso de la teledetección, utilizamos un índice de vegetación que relaciona con valores numéricos la presencia de clorofila y su densidad para nuestra zona de interés. Estos datos representan el promedio mensual de este índice para la zona de interés; se obtuvieron a partir de datos del sensor VEGETATION a bordo del satélite SPOT, que son facilitados gratuitamente a través de una página Web por la empresa Vito VGT.

La metodología para el trabajo de series de tiempo que utilizamos se denomina “por modelización de componentes”, que permite de manera didáctica identificar los componentes de la serie de tiempo, de manera que a partir de estos se pueda obtener la información deseada, en nuestro caso la serie de tiempo va desde Abril de 1998 hasta Septiembre del 2008. Más aún, la metodología utilizada nos permite, una vez obtenido un modelo referencial del comportamiento de la vegetación en la zona de interés para las fechas mencionadas, hacer previsiones del comportamiento de la vegetación hacia el futuro; inclusive, y ya haciendo uso de otra herramienta de análisis denominada correlograma o representación gráfica de la función de correlación, determinar hasta que fechas estas previsiones mantienen una relación aceptable con los datos de la serie de tiempo original.

Este trabajo nos ha permitido arribar a varias conclusiones, que se configuran en el objetivo final del mismo; la mayoría de ellas se desprenden de los pasos seguidos secuencialmente mediante la metodología de trabajo con series de tiempo que aquí aplicamos, y cuyas implicancias nos conducen a un mejor conocimiento del comportamiento, a través del tiempo, de la vegetación de las regiones Tumbes Piura y Lambayeque.

2. Introducción

Es importante reconocer las posibilidades que como científicos se nos presentan en nuestro entorno, las capacidades que desarrollemos en el transcurso de nuestra formación profesional, deben enfocarse, además del interés por el conocimiento propiamente dicho, en la búsqueda de un impacto favorable para la sociedad. Estas posibilidades pueden encontrarse en los distintos sectores de la producción de nuestro país; además, considerando que una de las principales actividades económicas del Perú es la agricultura, cualquier intento de desarrollar conocimiento, adaptar metodologías y aplicaciones que influyan directamente en esta actividad, puede ser de gran ayuda para el desarrollo de la misma. Este estudio tiene la intención de aportar en esta dirección, utilizando herramientas que la tecnología nos proporciona, como los datos obtenidos a partir de sensores remotos y los conocimientos metodológicos para obtener información a partir de ellos.

La teledetección espacial es una herramienta efectiva para observar la abundancia, distribución y evolución de la cobertura vegetal [F. Camacho]. Algunas características que favorecen la utilización de la teledetección como fuente de datos para estudios de diversos tipos son: el carácter gratuito de algunos de los datos proporcionado por sensores remotos y su nivel de tratamiento previo, la extensión de terreno que cubren estos datos (desde pequeñas áreas hasta continentes completos), la frecuencia con la que se proporcionan datos de una misma área del terreno, se reduce incluso a minutos para algunos sensores, entre otros.

Presentamos primeramente la base de datos que viene a ser nuestra serie de tiempo y el área geográfica a la que corresponden estos datos, su ubicación en nuestro territorio nacional y las regiones políticas que la conforman; también, algunas características de la misma que creemos de importancia con relación al trabajo realizado.

El “índice de vegetación de diferencia normalizada” NDVI (siglas en inglés de normalice difference vegetation index), es uno de los índices de vegetación por satélite, más utilizados a nivel global, para describir el comportamiento de la vegetación en largos periodos de tiempo [S. Chuvieco]. Esto justifica la utilización del promedio mensual del índice de vegetación de diferencia normalizada (NDVI), como dato válido, para construir una serie de tiempo, que nos permita conocer el comportamiento de la vegetación de la zona, en el periodo de tiempo que va desde Octubre de 1998 hasta Septiembre del 2008.

Incluimos la base teórica que nos permite obtener información útil, esta es, la teoría clásica de series de tiempo [M. Pepió], mediante la metodología de modelización de componentes

[A. Merma], que se basa en la identificación de ciertas características propias de las series de tiempo que se denominan componentes, todas ellas en función del tiempo.

Para el trabajo propuesto, incluimos también, los conceptos teóricos que definen la auto correlación y nos permiten obtener correlogramas partiendo de una serie de tiempo. Esto nos permite conocer la utilidad y alcances de los mismos [M. Pepió].

El trabajo lo iniciamos presentado una tabla, donde se listan los valores del promedio del índice de vegetación de diferencia normalizada para los meses de estudio; a partir de estos datos es que iniciamos el trabajo utilizando únicamente el programa Excel y haciendo una descripción de tallada de todos los pasos seguidos. Procedemos a hallar las componentes de la serie temporal, empezamos por la obtención de la tendencia, esto en la mayoría de los casos no se puede hacer directamente, por consiguiente utilizamos el procedimiento de medias móviles, luego el otro parámetro a obtener es el de la estacionalidad que grafica el comportamiento de nuestra serie según sus periodos repetitivos. Obtenidos estos parámetros podemos hallar el modelo de la serie y a partir de este los residuos.

Finalmente utilizamos el concepto de correlación, hallamos el correlograma de la serie y con el mismo definimos el alcance de nuestras previsiones hacia futuro, además de verificar la estacionalidad que encontramos anteriormente.

Es, a partir de los pasos antes mencionados, que vamos obteniendo las conclusiones finales de nuestro trabajo.

Concluimos el trabajo emprendido, con la esperanza de que el mismo pueda servir para aportar en la dirección de lo ya expuesto y que además sirva como base para estudios posteriores que completen y precisen, de mejor manera, la proyección que se puede esperar, de la aplicación de estas herramientas, hacia la obtención de conocimientos y métodos, que puedan ser utilizados para aliviar las necesidades de nuestra sociedad.

3. Datos de Vegetación

Los datos que utilizamos, para la elaboración de la serie de tiempo, corresponden al área geográfica conformada por las Regiones Tumbes, Piura y Lambayeque. Estos datos corresponden al promedio mensual del índice de vegetación de diferencia normalizada (NDVI) obtenidos del sensor VEGETATION a bordo de los satélites SPOT 4 y 5 (tabla 1).

Tabla 1. Valores Originales del promedio mensual de NDVI

AÑO	MES	prom-NDVI			
1998	Abril	158.727	2001	febrero	112.858
1998	Mayo	151.322	2001	Marzo	136.434
1998	Junio	157.85	2001	Abril	151.514
1998	Julio	142.48	2001	Mayo	136.379
1998	Agosto	123.495	2001	Junio	117.178
1998	Setiembre	117.31	2001	Julio	108.53
1998	Octubre	112.629	2001	Agosto	102.138
1998	Noviembre	107.329	2001	Setiembre	95.849
1998	Diciembre	112.027	2001	Octubre	92.422
1999	Enero	113.209	2001	Noviembre	94.416
1999	febrero	102.3	2001	Diciembre	91.558
1999	Marzo	149.853	2002	Enero	94.432
1999	Abril	140.741	2002	febrero	111.599
1999	Mayo	144.543	2002	Marzo	133.01
1999	Junio	138.659	2002	Abril	144.053
1999	Julio	119.808	2002	Mayo	150.113
1999	Agosto	118.633	2002	Junio	131.555
1999	Setiembre	101.01	2002	Julio	111.588
1999	Octubre	98.513	2002	Agosto	107.083
1999	Noviembre	94.858	2002	Setiembre	98.846
1999	Diciembre	95.71	2002	Octubre	89.346
2000	Enero	104.586	2002	Noviembre	93.192
2000	febrero	114.989	2002	Diciembre	93.753
2000	Marzo	125.066	2003	Enero	95.967
2000	Abril	129.468	2003	febrero	112.342
2000	Mayo	132.887	2003	Marzo	117.368
2000	Junio	118.545	2003	Abril	111.036
2000	Julio	110.176	2003	Mayo	106.926
2000	Agosto	101.76	2003	Junio	100.77
2000	Setiembre	93.968	2003	Julio	92.835
2000	Octubre	88.71	2003	Agosto	88.412
2000	Noviembre	86.181	2003	Setiembre	79.318
2000	Diciembre	91.001	2003	Octubre	77.717
2001	Enero	101.947	2003	Noviembre	76.229
			2003	Diciembre	80.985

<u>2004</u>	<u>Enero</u>	<u>92.687</u>
<u>2004</u>	<u>febrero</u>	<u>96.977</u>
<u>2004</u>	<u>Marzo</u>	<u>101.511</u>
<u>2004</u>	<u>Abril</u>	<u>101.932</u>
<u>2004</u>	<u>Mayo</u>	<u>98.192</u>
<u>2004</u>	<u>Junio</u>	<u>90.253</u>
<u>2004</u>	<u>Julio</u>	<u>84.394</u>
<u>2004</u>	<u>Agosto</u>	<u>88.184</u>
<u>2004</u>	<u>Setiembre</u>	<u>76.694</u>
<u>2004</u>	<u>Octubre</u>	<u>76.263</u>
<u>2004</u>	<u>Noviembre</u>	<u>80.018</u>
<u>2004</u>	<u>Diciembre</u>	<u>84.453</u>
<u>2005</u>	<u>Enero</u>	<u>87.176</u>
<u>2005</u>	<u>febrero</u>	<u>85.545</u>
<u>2005</u>	<u>Marzo</u>	<u>117.633</u>
<u>2005</u>	<u>Abril</u>	<u>123.697</u>
<u>2005</u>	<u>Mayo</u>	<u>111.665</u>
<u>2005</u>	<u>Junio</u>	<u>100.315</u>
<u>2005</u>	<u>Julio</u>	<u>93.484</u>
<u>2005</u>	<u>Agosto</u>	<u>83.433</u>
<u>2005</u>	<u>Setiembre</u>	<u>78.082</u>
<u>2005</u>	<u>Octubre</u>	<u>77.602</u>
<u>2005</u>	<u>Noviembre</u>	<u>78.895</u>
<u>2005</u>	<u>Diciembre</u>	<u>79.749</u>
<u>2006</u>	<u>Enero</u>	<u>84.25</u>
<u>2006</u>	<u>febrero</u>	<u>111.621</u>
<u>2006</u>	<u>Marzo</u>	<u>139.118</u>
<u>2006</u>	<u>Abril</u>	<u>140.079</u>
<u>2006</u>	<u>Mayo</u>	<u>124.552</u>
<u>2006</u>	<u>Junio</u>	<u>106.394</u>

<u>2006</u>	<u>Julio</u>	<u>101.203</u>
<u>2006</u>	<u>Agosto</u>	<u>94.418</u>
<u>2006</u>	<u>Setiembre</u>	<u>85.82</u>
<u>2006</u>	<u>Octubre</u>	<u>83.247</u>
<u>2006</u>	<u>Noviembre</u>	<u>83.326</u>
<u>2006</u>	<u>Diciembre</u>	<u>83.54</u>
<u>2007</u>	<u>Enero</u>	<u>95.26</u>
<u>2007</u>	<u>febrero</u>	<u>105.929</u>
<u>2007</u>	<u>Marzo</u>	<u>112.005</u>
<u>2007</u>	<u>Abril</u>	<u>116.511</u>
<u>2007</u>	<u>Mayo</u>	<u>110.781</u>
<u>2007</u>	<u>Junio</u>	<u>99.219</u>
<u>2007</u>	<u>Julio</u>	<u>92.775</u>
<u>2007</u>	<u>Agosto</u>	<u>86.006</u>
<u>2007</u>	<u>Setiembre</u>	<u>78.069</u>
<u>2007</u>	<u>Octubre</u>	<u>80.105</u>
<u>2007</u>	<u>Noviembre</u>	<u>80.926</u>
<u>2007</u>	<u>Diciembre</u>	<u>84.911</u>
<u>2008</u>	<u>Enero</u>	<u>77.749</u>
<u>2008</u>	<u>febrero</u>	<u>120.15</u>
<u>2008</u>	<u>Marzo</u>	<u>150.762</u>
<u>2008</u>	<u>Abril</u>	<u>158.284</u>
<u>2008</u>	<u>Mayo</u>	<u>142.984</u>
<u>2008</u>	<u>Junio</u>	<u>126.073</u>
<u>2008</u>	<u>Julio</u>	<u>114.971</u>
<u>2008</u>	<u>Agosto</u>	<u>127.171</u>
<u>2008</u>	<u>Setiembre</u>	<u>121.517</u>

Seguidamente, presentaremos algunas características como la ubicación y agricultura de nuestra área de interés, para tener una mejor idea de la extensión y el tipo de vegetación que poseen estas regiones.

3.1. Ubicación y Límites del Área de Interés.

Los Departamentos de Tumbes, Piura y Lambayeque se encuentran ubicados en el extremo Nor Occidental del territorio peruano, al Sur de la línea Ecuatorial y al Oeste del flanco Occidental de la Cordillera de los Andes. Limita por el Norte con la República del Ecuador, en los hitos definidos por el Protocolo de Río de Janeiro, con las coordenadas de latitud Sur 03°22'56'' y longitud Oeste 80°19'7'', en el extremo Norte; por el Este con el

océano Pacífico a $81^{\circ}19'35''$ de longitud Oeste del Meridiano de Greenwich; por el Oeste con la región Cajamarca a $79^{\circ}12'30''$ de Longitud Oeste del Meridiano de Greenwich y por el Sur con la región La Libertad en los $7^{\circ}14'37''$ de latitud Sur.

3.2. Superficie y Agricultura.

Las tres regiones que conforman nuestra área de estudio, abarcan conjuntamente una superficie de $54,812.31 \text{ Km}^2$, que incluye 19.32 Km^2 de superficie insular.

La agricultura es la actividad más significativa de la región y descansa principalmente en la siembra de arroz, caña de azúcar y maíz, además de presentar grandes áreas correspondientes a la zona de pastos y bosques naturales, donde se desarrollan actividades agropecuarias principalmente.

4. Series de Tiempo

Una serie temporal es un conjunto de observaciones ordenadas en el tiempo o, también, la evolución de un fenómeno, o variable a lo largo de él. Esta variable puede ser económica (ventas de una empresa, consumo de cierto producto, evolución de los tipos de interés,...), física (evolución del caudal de un río, de la temperatura de una región, etc.) o social (número de habitantes de un país, número de alumnos matriculados en ciertos estudios, votos a un partido,...).

El objetivo del análisis de una serie temporal, de la que se dispone de datos en períodos regulares de tiempo, es el conocimiento de su patrón de comportamiento para prever la evolución futura, siempre bajo el supuesto de que las condiciones no cambiarán respecto a las actuales y pasadas.

4.1. Análisis de una Serie Temporal

Utilizaremos la metodología de “Modelización por componentes” para estudiar el comportamiento de nuestra serie temporal, y predecir los valores que puede tomar en un futuro.

4.2. Modelización por componentes

Este método consiste en identificar, en la serie Y_t , cuatro componentes teóricas, que no tienen por qué existir todas, y que son:

- Tendencia: T_t
- Estacionalidad: E_t .
- Ciclos: C_t .
- Residuos: R_t .

Cada una de estas componentes es una función del tiempo y el análisis consistirá en la separación y obtención de cada una de ellas, así como en determinar, de qué forma se conjugan para dar lugar a la serie original. Estas componentes se pueden observar en la figura 8, en donde se ha considerado que actúan de forma aditiva para dar lugar a la serie cronológica.

La tendencia es la componente general a largo plazo y se suele expresar como una función de tiempo de tipo polinómico o logarítmico, por ejemplo

$$T_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \dots \quad (4)$$

Las variaciones estacionales son oscilaciones que se producen, y repiten, en períodos de tiempo cortos. Pueden estar asociadas a factores dinámicos, por ejemplo la ocupación hotelera, la venta de prendas de vestir, de juguetes, etc., cuya evolución está claramente ligada a la estacionalidad climática, vacacional, publicitaria, etc.

Las variaciones cíclicas se producen a largo plazo y suelen ir ligadas a etapas de prosperidad o recesión económica. Suelen ser tanto más difíciles de identificar cuanto más largo sea su período, debido, fundamentalmente, a que el tiempo de recogida de información no aporta suficientes datos, por lo que a veces quedarán confundidas con las otras componentes.

La componente residual es la que recoge la aportación aleatoria de cualquier fenómeno sujeto al azar.

Para evaluar las distintas componentes se utilizan técnicas estadísticas tales como modelo lineal, medias móviles, diferencias finitas, etc.

Admitiendo que el componente aleatorio (residuo) es aditivo, una vez identificadas las otras componentes surge un nuevo problema que es el cómo conjuntar tendencia, estacionalidad y ciclos para dar lugar a la serie definitiva.

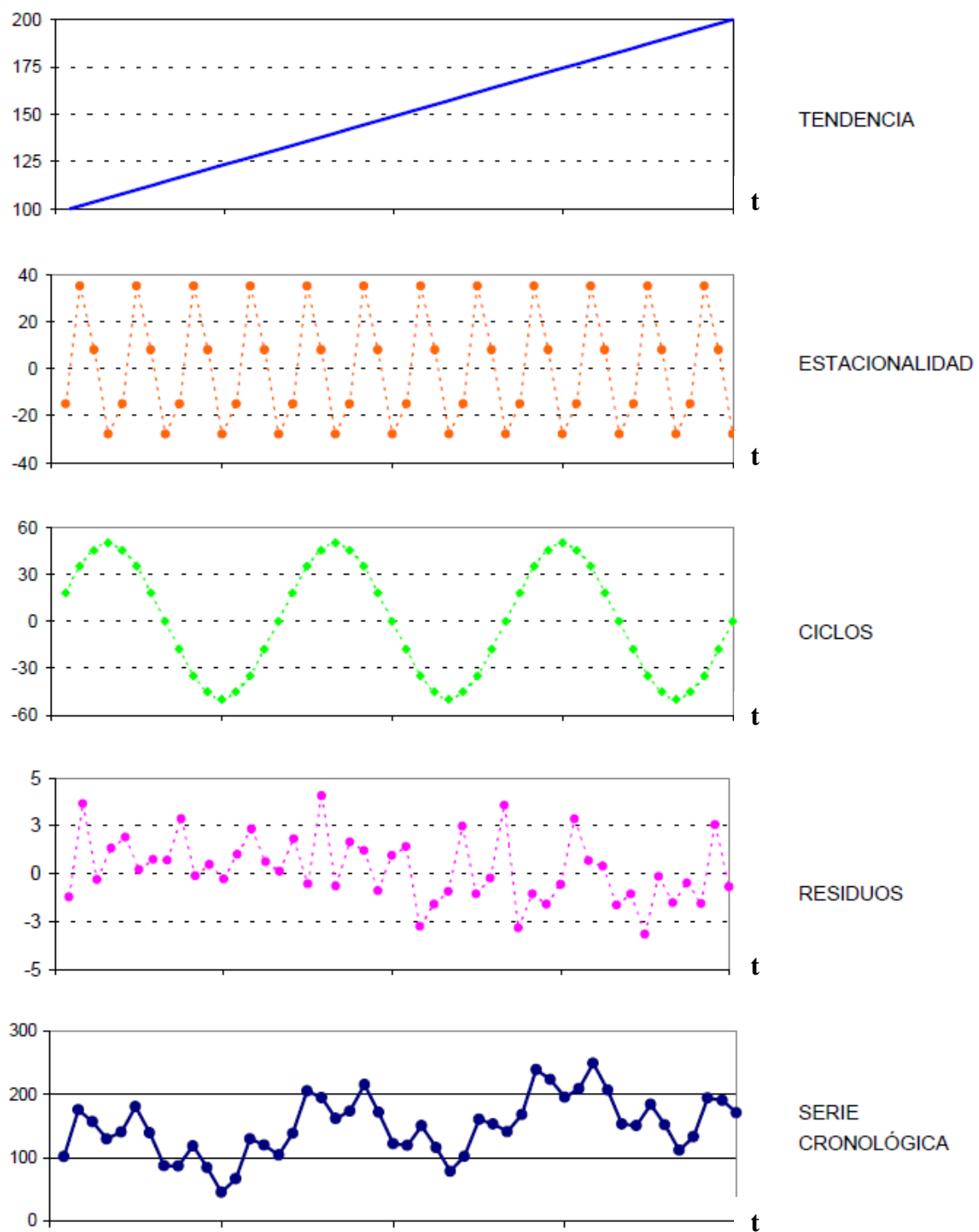


Figura 1. Componentes de una serie cronológica

Así, se proponen, entre otros, modelos genéricamente denominados aditivos y multiplicativos.

- Modelo aditivo: $Y = T + E + C + R$
- Modelo multiplicativo: $Y = T \times E \times C + R$

Para una primera identificación visual del caso, se puede considerar que si el patrón estacional se mantiene con amplitud constante se tratará de modelo aditivo (figuras 1 y 2). Cuando dicho patrón se vaya amplificando con el tiempo, será multiplicativo (figura 3).

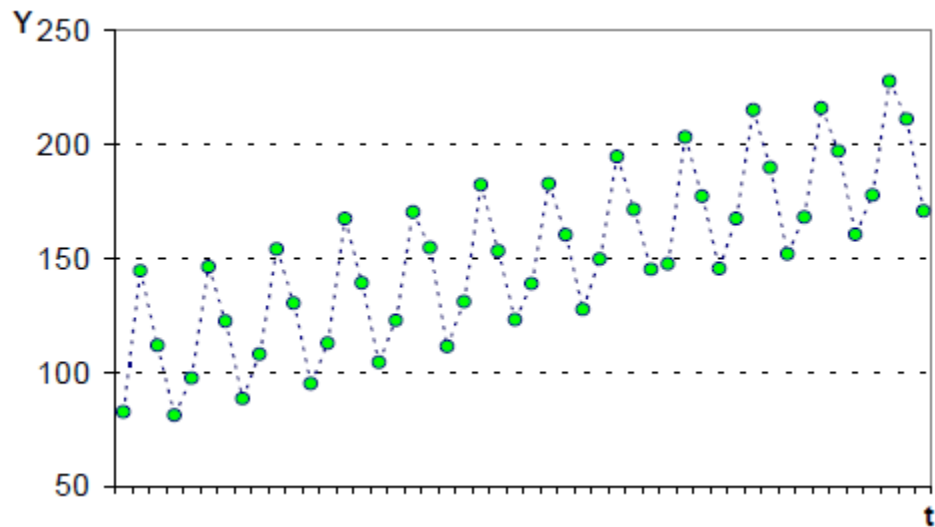


Figura 2. Serie aditiva

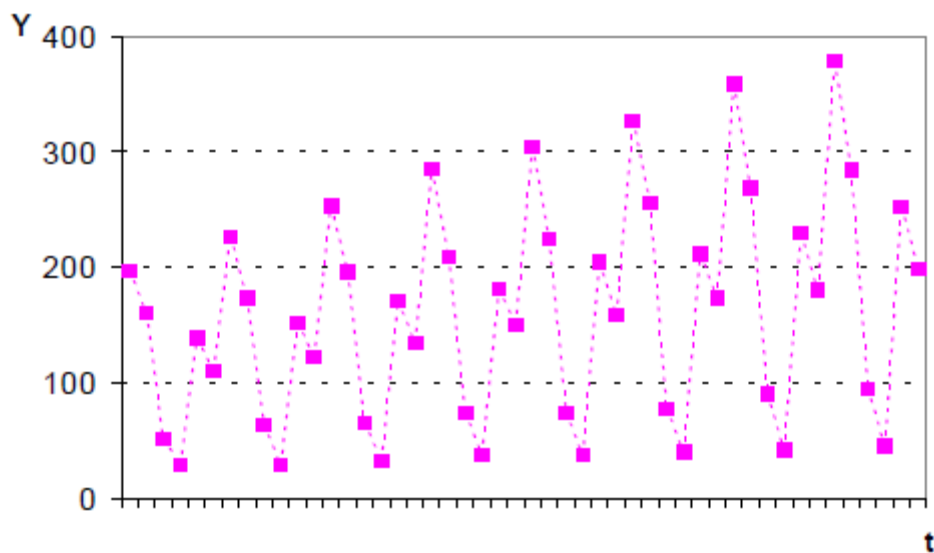


Figura 3. Serie multiplicativa

Un modelo aditivo se puede interpretar como aquel en que la estacionalidad actúa modificando la ordenada en el origen de la tendencia.

Supongamos que no hay ciclos, que la tendencia es de tipo lineal, $T_t = \alpha_0 + \alpha_1 t$ y que la estacionalidad es de período $p = 4$, es decir, cada 4 unidades de tiempo se repite el patrón (tal como ocurre en la figura 9. Representando sus valores por E_1 , E_2 , E_3 y E_4 , respectivamente, el modelo aditivo se puede escribir como

$$\begin{aligned} Y_1 &= \alpha_0 + \alpha_1 \times 1 + E_1 + R_1 = \gamma_1 + \alpha_1 \times 1 + R_1 \\ Y_2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \times 2 + E_2 + R_2 = \gamma_2 + \alpha_1 \times 2 + R_2 \\ Y_3 &= \alpha_0 + \alpha_1 \times 3 + E_3 + R_3 = \gamma_3 + \alpha_1 \times 3 + R_3 \\ Y_4 &= \alpha_0 + \alpha_1 \times 4 + E_4 + R_4 = \gamma_4 + \alpha_1 \times 4 + R_4 \\ &\dots \dots \dots \\ Y_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \times t + E_t + R_t = \gamma_t + \alpha_1 \times t + R_t \quad \text{con } t = \dot{p} + s; \quad s = 1, \dots, p \quad \dots \dots (5) \end{aligned}$$

Así pues, cada estación (s) componente del período conforma una recta con ordenada en el origen distinta para cada caso y pendiente común a todos; es decir, el modelo es un conjunto de rectas paralelas, cada una de ellas asociada a una estación.

En el modelo multiplicativo, el componente estacional actúa sobre la ordenada en el origen y sobre la pendiente.

Prescindiendo de los ciclos, supuesta una tendencia lineal tipo $T_t = \alpha_0 + \alpha_1 t$ y una estacionalidad de período p , para cualquier $t = \dot{p} + s$, con $s = 1, \dots, p$, resulta

$$Y_t = T_t \times E_s + R_t = (\alpha_0 + \alpha_1 t) E_s + R_t, \quad \dots \dots \dots (6)$$

Es decir $Y_t = (\alpha_0 E_s) + (\alpha_1 E_s) t + R_t$

O sea $Y_t = \gamma_{0s} + \gamma_{ts} t + R_t$

De esta forma, cada una de las p estaciones del período configura una recta distinta, tanto en lo que se refiere a la ordenada en el origen (γ_{0s}) como a la pendiente ($\gamma_{ts} t$).

El conjunto de las p rectas constituye el modelo de comportamiento de la serie.

Es evidente que esta división, en modelo estrictamente aditivo o estrictamente multiplicativo, es bastante restrictiva, ya que puede darse el caso de que en algunas estaciones cambie sólo la pendiente, o sólo la ordenada en el origen. Esto constituiría un modelo mixto mucho más general que los propuestos hasta ahora, los cuales pasarían a ser meros casos particulares de éste.

4.3. Descomposición de una Serie Temporal

Este método, también denominado sistema clásico, descompone la serie en tendencia, estacionalidad, ciclos y residuos. Una vez decidida la conjunción entre ellos, aditiva o multiplicativa, se obtiene el modelo con el que hacer previsiones.

La tendencia es la componente más importante de la serie, al definir lo que se podría interpretar como comportamiento a largo plazo. Cada observación va ligada a un valor del tiempo, lo que permite plantear un modelo del tipo

$$Y = \varphi(t) + \varepsilon \dots\dots\dots (7)$$

Donde la función $\varphi(t)$ puede ser:

Lineal: $\varphi(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t$

Polinómica: $\varphi(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \dots$

Exponencial: $\varphi(t) = \alpha_0 t^{\alpha_1}$

Si la serie no presenta estacionalidad, el método de estimación mínimo-cuadrática y todas las pruebas de hipótesis relativas a la explicación del modelo y a la significación de los coeficientes estimados, propios del modelo lineal ordinario, permiten estimar los coeficientes del modelo de tendencia sobre los datos directos.

Caso de existir componente estacional, para que ésta no enmascare la tendencia, es necesario estabilizar previamente la serie.

4.4. Medias móviles

Con este método se consiguen suavizar tanto las oscilaciones periódicas de una serie como las aleatorias. Su aplicación requiere decidir, previamente, el período en que se repite cierto patrón de comportamiento, que pueda atribuirse a variaciones estacionales; la observación de la evolución gráfica de la serie puede ayudar a tomar la decisión.

Una vez fijado el período p , se calculan las medias de los valores de la serie tomados de p en p , sucesivamente desde el inicio. Asociando cada una de estas medias al valor del tiempo del punto central del período estudiado, se obtiene una nueva serie de valores mucho más estables, debido, por una parte, a la reducción de la variabilidad ocasionada al promediar y, por otra, a que, si el período escogido es el correcto, al pasar de una media

móvil a la siguiente, el nuevo dato incorporado es del mismo comportamiento que el dato saliente.

Si p es impar la asociación es directa:

$$t = \frac{p+1}{2} \Leftrightarrow \bar{Y}_{(p+1)/2} = \frac{\sum_{i=1}^p Y_i}{p} = \frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_p}{p} \dots\dots\dots(8)$$

$$t = \frac{p+3}{2} \Leftrightarrow \bar{Y}_{(p+3)/2} = \frac{\sum_{i=2}^{p+1} Y_i}{p} = \frac{Y_2 + Y_3 + \dots + Y_{p+1}}{p} \dots\dots\dots(9)$$

... ..

Si p es par, el centro del grupo de cada p valores promediados corresponde a un valor no observado del tiempo; para subsanarlo, la nueva serie queda constituida por los promedios de las medias móviles tomadas dos a dos. Es decir:

$$t = \frac{p+2}{2} \Leftrightarrow \bar{Y}_{(p+2)/2} = \frac{\bar{Y}_{(p+1)/2} + \bar{Y}_{(p+3)/2}}{2} \dots\dots\dots(10)$$

$$t = \frac{p+4}{2} \Leftrightarrow \bar{Y}_{(p+4)/2} = \frac{\bar{Y}_{(p+3)/2} + \bar{Y}_{(p+5)/2}}{2} \dots\dots\dots(11)$$

... ..

La representación gráfica de las medias móviles, o la regresión de dichos valores frente al tiempo, permiten evaluar la tendencia de la serie liberada de la componente estacional.

Uno de los inconvenientes de este sistema es la pérdida de valores en los dos extremos de la serie, tanto mayor cuanto mayor es p . En ocasiones, se propone como alternativa a este problema la sustitución de los valores extremos de las medias móviles por los resultantes de una extrapolación lineal de los observados; sin embargo, si el número de datos disponibles es grande, la pérdida de información es despreciable.

4.5. Estacionalidad

La componente estacional, que provoca una oscilación sistemática de período corto, generalmente no superior al año, puede enmascarar la evolución a largo plazo, tendencia, si no se aísla convenientemente.

Se entiende como componente estacional, en modelos aditivos, la diferencia entre el valor de la estación y la media de todas las estaciones componentes del período.

El análisis de la estacionalidad queda ligado al método que se decida emplear para modelar la tendencia; así, en este punto estudiaremos la situación para el caso de trabajar con medias móviles.

Para calcular los valores de los índices estacionales hay que seguir la siguiente sistemática:

- Calcular las medias móviles, \bar{Y}_t , sobre los datos Y_t de la serie original, tomando el período de agrupación, p , que se considere oportuno.
- Proponer un modelo de agrupación de las componentes, aditivo o multiplicativo.
- Separar la parte explicada por la tendencia. Supuesto el modelo aditivo, esto equivale a calcular $W_t = Y_t - \bar{Y}_t$ si fuese multiplicativo, en lugar de diferencias serían cocientes, es decir $W_t = Y_t / \bar{Y}_t$. Hay que destacar que en W_t están incluidas las componentes asociadas a la estacionalidad, los ciclos y los residuos.
- Asumiendo que los residuos son variables aleatorias de media nula y que la componente cíclica, caso de existir, es de período suficientemente largo como para no ser recogida por los datos, se procede a evaluar la estacionalidad asociada a cada componente del período, a cada trimestre en el caso del ejemplo. Para ello se calculan los promedios de los W_t de la misma estación

$$E_s^* = \frac{\sum_{t=s+p} W_t}{n_s} \quad s = 1, \dots, p \quad \dots\dots\dots(12)$$

Donde s representa el índice estacional y n_s el número de valores asociados a este índice que se promedian.

Ya que los índices estacionales miden discrepancias respecto a la media, ésta se necesita como valor de referencia; por tanto es necesario calcular la media general:

$$\bar{E} = \frac{\sum_{s=1}^p E_s^*}{p} \quad \dots\dots\dots (13)$$

- Calcular los índices estacionales en modelo aditivo. Los índices estacionales son las diferencias entre los promedios de las W_t de cada estación y la media general que se acaba de definir, es decir

$$E_s = E_s^* - \bar{E} \dots\dots\dots(14)$$

Es obvio destacar que la suma de estos índices es cero: $\sum_{s=1}^p = 0$

- Calcular los índices estacionales en modelo multiplicativo.

En este caso, los índices estacionales son el cociente entre los promedios de las W_t de cada estación y la media general, es decir

$$E_s = \frac{E_s^*}{\bar{E}} \dots\dots\dots (15)$$

Ahora, la suma de estos índices es igual al período, $\sum_{s=1}^p E_s = p$. En modelo multiplicativo, no es extraño que los índices estacionales se representen en %.

4.6. Auto correlación

En este capítulo se presenta una herramienta de análisis, el correlograma, o representación gráfica de la función de auto correlación, que tiene una doble utilidad. Por una parte, puede servir para confirmar la presencia de estacionalidad y determinar su período; por otra, indica cuántas previsiones son admisibles, a partir del último tiempo de recogida de información.

El concepto de auto correlación es bien simple; supongamos que se dispone de la serie cronológica $Y_1, Y_2, \dots, Y_{1+k}, \dots, Y_N$, y se desplaza dicha serie k unidades de tiempo; se pueden formar las parejas $(Y_1; Y_{1+k}), (Y_2; Y_{2+k}), (Y_3; Y_{3+k}), \dots, (Y_{n-k}; Y_N)$.

El coeficiente de correlación entre ambas series, es decir, de las parejas citadas, se denota por p_k y recibe el nombre de coeficiente de auto correlación de orden k ; el desplazamiento k también se denomina retardo, y representando gráficamente p_k en función del retardo k , se obtiene el auto correlograma de la serie. De la estructura del planteamiento se deduce que $p_k = p_{-k}$.

4.7. Correlograma

Un valor no nulo de ρ_k indica que existe correlación entre informaciones separadas k unidades de tiempo, es decir, la historia se transmite k unidades de tiempo más allá. En consecuencia, si el último valor del tiempo del que se dispone de datos es el T , será admisible hacer previsiones para un tiempo igual a $T+k$. Evidentemente, si ρ_k fuese nulo, sería inadmisble una predicción para $T+k$, ya que los datos disponibles no transmiten ninguna información relevante a una distancia como la considerada.

Sea que se dispone de una serie cronológica de datos $y_1, y_2, \dots, y_t, \dots, y_N$, para elaborar el correlograma o gráfico de la función de auto correlación. Se estiman las siguientes características:

- Media:
$$\bar{m} = \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} \dots\dots\dots(16)$$

- Auto covariancia:
$$\hat{\gamma}_k = \frac{\sum_{i=1}^{N-k} (y_i - \bar{y})(y_{i+k} - \bar{y})}{N} \dots\dots\dots(17)$$

- Auto correlación:
$$\hat{\rho}_k = r_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} \dots\dots\dots(18)$$

Para poder estimar la auto covariancia $\hat{\gamma}_k$, el número de componentes de la serie debe ser tal que $N > k+1$, y es recomendable $N \geq 50$ y $k \leq N/4$.

Para identificar los coeficientes de auto correlación que sean significativamente distintos de cero, es necesario estudiar el comportamiento estadístico de los estimadores. Bartlett ha estudiado el estadístico r_k y, bajo el supuesto de que ρ_k para todo $k \geq K$, obtiene que

$$V_{(r_k)} \cong \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i^2 \quad \forall k \geq K \dots\dots\dots (19)$$

Al sustituir ρ_i por su estimador, r_i y, dado que $\rho_0 = 1$ y $\rho_0 = \rho_{-i}$, resulta que la estimación de la variancia de r_k es igual a

$$\hat{V}_{(r_k)} \cong \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{k-1} r_i^2 \Rightarrow \begin{cases} V_{(r_k)} \cong \frac{1}{N} & k \geq K \quad K = 1 \\ V_{(r_k)} \cong \frac{1}{N} (1 + 2 \sum_{i=1}^{k-1} r_i^2) & k \geq K \quad K > 1 \end{cases} \dots\dots (20)$$

Anderson indica que para valores de k tales que $\rho_0 \sqrt{N} = 1$ y N suficientemente grande, r_k se distribuye aproximadamente $N_{(0; V_{(r)})}$. De esta forma, con una probabilidad del orden del 95%, si $\rho_k = 0$, su estimador r_k se encontrará en el intervalo $\pm 2 s_{(r_k)}$, donde $s_{(r_k)}$ representa la desviación tipo estimada de r_k , es decir $s_{(r_k)} = \sqrt{\hat{V}_{(r_k)}}$.

El intervalo $\pm 2 s_{(r_k)}$ se denomina intervalo de no significación de ρ_k , y es el conjunto de valores que puede tomar r , para que, con un riesgo del 5%, se pueda admitir la ausencia de correlación entre valores de la serie, desplazados k unidades de tiempo. Por todo ello, al calcular la función de auto correlación de una serie, es bueno representarla gráficamente junto al intervalo $\pm 2 s_{(r_k)}$, con objeto de considerar únicamente como coeficientes de auto correlación no nulos aquellos cuya estimación esté fuera del citado intervalo.

Las auto correlaciones suelen disponerse matricialmente, lo que da lugar a la matriz de auto correlaciones P_N , simétrica, definida positiva, cuya estructura es:

$$P_N = \begin{pmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{N-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{N-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{N-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{N-1} & \rho_{N-2} & \rho_{N-3} & \dots & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(21)$$

5. Proceso de Trabajo con la Serie de Tiempo

Para obtener el modelamiento de la serie temporal de los datos del Promedio mensual de NDVI y hacer previsiones, se realizó un procedimiento utilizando únicamente el Excel, este procedimiento lo describiremos en adelante.

5.1. Estabilización de la Serie (Medias Móviles)

Para lograr la estabilización o suavizado de la serie utilizaremos el procedimiento de medias móviles de periodo p , en nuestro caso, si nos fijamos en la gráfica (1), observamos que se repite una secuencia de comportamiento muy similar de la serie cada 12 meses, esto se confirmará cuando hallemos el correlograma de la serie.

Para hallar las medias móviles (gráfica 2), ordenamos los datos en una tabla vertical (tabla 2) y luego calculamos consecutivamente la media de los 12 primeros meses y la colocamos en la 7ª casilla (tomando en cuenta los valores de la columna T, que representa el tiempo en meses) de la columna $Y(p=12)$ a los valores del promedio mensual de NDVI, luego calculamos la media de los siguientes 12 meses pero partiendo del segundo mes hasta el treceavo mes, este valor lo colocamos en la 7ª casilla de la columna adyacente, continuamos este procedimiento hasta que se utilice por única vez el último dato de nuestra serie de tiempo. Sin embargo, dado que el periodo escogido ($p=12$) es par, necesitaremos otra columna (Y móvil), esta última adyacente a la columna de promedios recientemente obtenida, empezamos colocando en la 7ª casilla de esta columna el promedio de los dos primeros valores de la columna anterior, y de igual manera lo seguimos haciendo hasta utilizar por única vez el último valor de la columna

Tabla 2. Datos y Medias Móviles

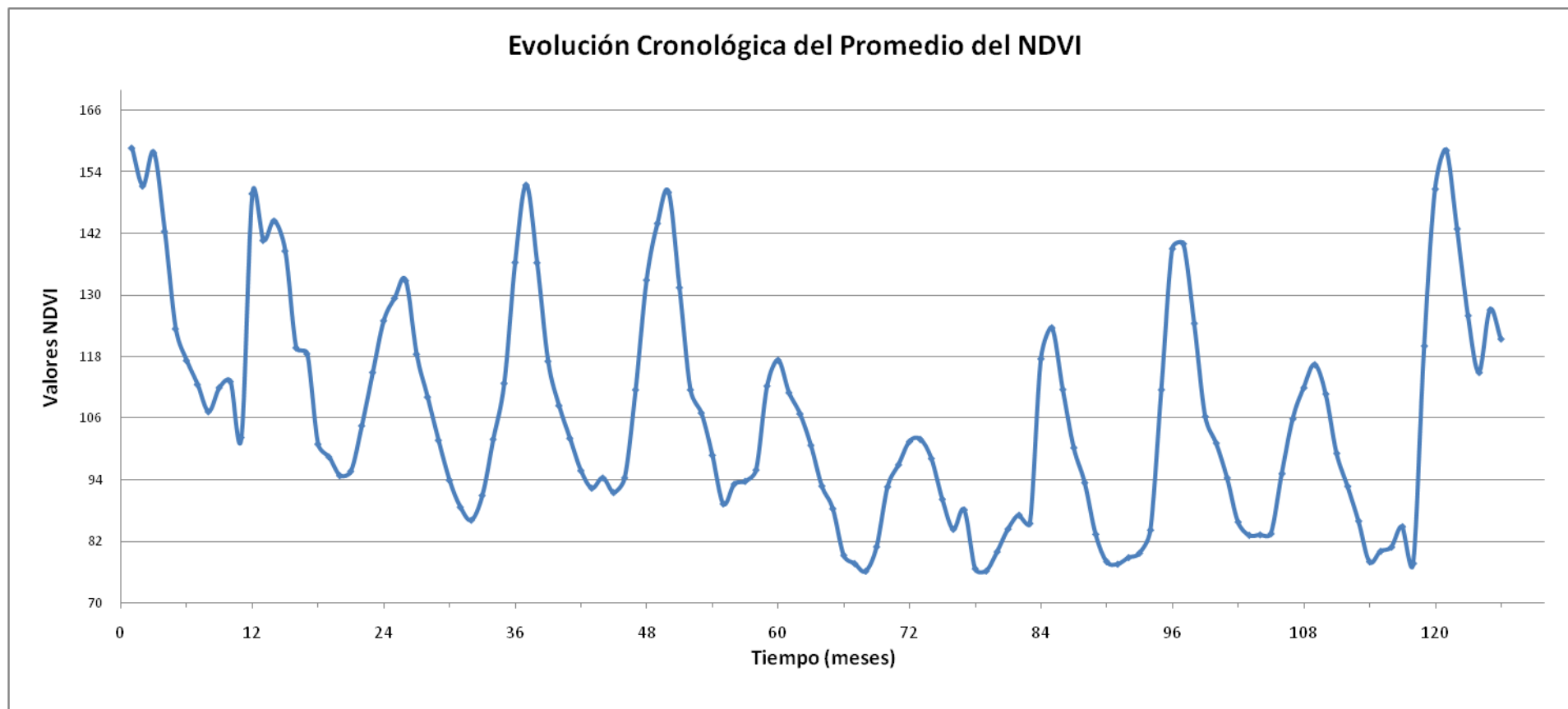
AÑO	MES	Tiempo	prom-NDVI	Y(p=12)	Y movil	W
1998	Enero					
1998	febrero					
1998	Marzo					
1998	Abril	1	158.727			
1998	Mayo	2	151.322			
1998	Junio	3	157.85			
1998	Julio	4	142.48			
1998	Agosto	5	123.495			
1998	Setiembre	6	117.31			
1998	Octubre	7	112.629	124.587778	124.587778	-11.9587778
1998	Noviembre	8	107.329	124.587778	124.587778	-17.2587778

1998	Diciembre	9	112.027	124.587778	124.587778	-12.5607778
1999	Enero	10	113.209	124.587778	124.348789	-11.1397889
1999	febrero	11	102.3	124.1098	123.860855	-21.5608545
1999	Marzo	12	149.853	123.611909	122.670163	27.1828371
1999	Abril	13	140.741	121.728417	121.14025	19.60075
1999	Mayo	14	144.543	120.552083	120.032458	24.5105417
1999	Junio	15	138.659	119.512833	118.832958	19.8260417
1999	Julio	16	119.808	118.153083	117.793792	2.01420833
1999	Agosto	17	118.633	117.4345	117.963208	0.66979167
1999	Setiembre	18	101.01	118.491917	117.459125	-16.449125
1999	Octubre	19	98.513	116.426333	115.956625	-17.443625
1999	Noviembre	20	94.858	115.486917	115.00125	-20.14325
1999	Diciembre	21	95.71	114.515583	113.6775	-17.9675
2000	Enero	22	104.586	112.839417	112.438083	-7.85208333
2000	febrero	23	114.989	112.03675	111.333708	3.65529167
2000	Marzo	24	125.066	110.630667	110.33725	14.72875
2000	Abril	25	129.468	110.043833	109.635375	19.832625
2000	Mayo	26	132.887	109.226917	108.865375	24.021625
2000	Junio	27	118.545	108.503833	108.307625	10.237375
2000	Julio	28	110.176	108.111417	108.001458	2.17454167
2000	Agosto	29	101.76	107.8915	107.802708	-6.04270833
2000	Setiembre	30	93.968	107.713917	108.187583	-14.2195833
2000	Octubre	31	88.71	108.66125	109.579833	-20.8698333
2000	Noviembre	32	86.181	110.498417	110.643917	-24.4629167
2000	Diciembre	33	91.001	110.789417	110.732458	-19.7314583
2001	Enero	34	101.947	110.6755	110.606917	-8.65991667
2001	febrero	35	112.858	110.538333	110.554083	2.30391667
2001	Marzo	36	136.434	110.569833	110.648208	25.7857917
2001	Abril	37	151.514	110.726583	110.88125	40.63275
2001	Mayo	38	136.379	111.035917	111.379042	24.9999583
2001	Junio	39	117.178	111.722167	111.745375	5.432625
2001	Julio	40	108.53	111.768583	111.455458	-2.92545833
2001	Agosto	41	102.138	111.142333	111.089875	-8.951875
2001	Setiembre	42	95.849	111.037417	110.89475	-15.04575
2001	Octubre	43	92.422	110.752083	110.441208	-18.0192083
2001	Noviembre	44	94.416	110.130333	110.702583	-16.2865833
2001	Diciembre	45	91.558	111.274833	111.873875	-20.315875
2002	Enero	46	94.432	112.472917	112.600333	-18.1683333
2002	febrero	47	111.599	112.72775	112.933792	-1.33479167
2002	Marzo	48	133.01	113.139833	113.264708	19.7452917
2002	Abril	49	144.053	113.389583	113.261417	30.7915833
2002	Mayo	50	150.113	113.13325	113.08225	37.03075
2002	Junio	51	131.555	113.03125	113.122708	18.4322917

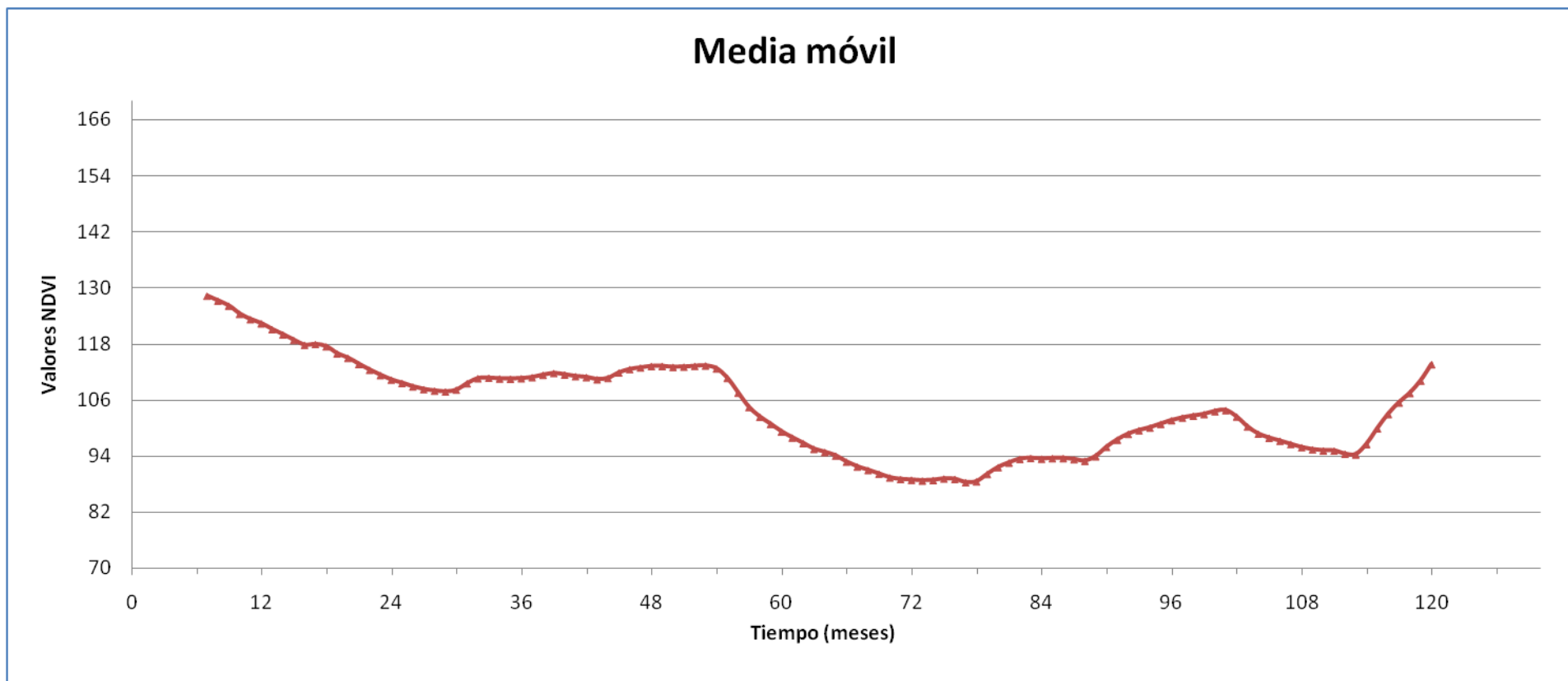
2002	Julio	52	111.588	113.214167	113.278125	-1.690125
2002	Agosto	53	107.083	113.342083	113.373042	-6.29004167
2002	Setiembre	54	98.846	113.404	112.75225	-13.90625
2002	Octubre	55	89.346	112.1005	110.724792	-21.3787917
2002	Noviembre	56	93.192	109.349083	107.549625	-14.357625
2002	Diciembre	57	93.753	105.750167	104.467458	-10.7144583
2003	Enero	58	95.967	103.18475	102.403375	-6.436375
2003	febrero	59	112.342	101.622	100.844042	11.4979583
2003	Marzo	60	117.368	100.066083	99.2524167	18.1155833
2003	Abril	61	111.036	98.43875	97.9542083	13.0817917
2003	Mayo	62	106.926	97.4696667	96.762875	10.163125
2003	Junio	63	100.77	96.0560833	95.5240833	5.24591667
2003	Julio	64	92.835	94.9920833	94.8554167	-2.02041667
2003	Agosto	65	88.412	94.71875	94.0785417	-5.66654167
2003	Setiembre	66	79.318	93.4383333	92.777625	-13.459625
2003	Octubre	67	77.717	92.1169167	91.7375833	-14.0205833
2003	Noviembre	68	76.229	91.35825	90.9943333	-14.7653333
2003	Diciembre	69	80.985	90.6304167	90.1922083	-9.20720833
2004	Enero	70	92.687	89.754	89.4022917	3.28470833
2004	febrero	71	96.977	89.0505833	89.0410833	7.93591667
2004	Marzo	72	101.511	89.0315833	88.92225	12.58875
2004	Abril	73	101.932	88.8129167	88.7523333	13.1796667
2004	Mayo	74	98.192	88.69175	88.849625	9.342375
2004	Junio	75	90.253	89.0075	89.152	1.101
2004	Julio	76	84.394	89.2965	89.066875	-4.672875
2004	Agosto	77	88.184	88.83725	88.3609167	-0.17691667
2004	Setiembre	78	76.694	87.8845833	88.5563333	-11.8623333
2004	Octubre	79	76.263	89.2280833	90.1349583	-13.8719583
2004	Noviembre	80	80.018	91.0418333	91.6032083	-11.5852083
2004	Diciembre	81	84.453	92.1645833	92.5838333	-8.13083333
2005	Enero	82	87.176	93.0030833	93.3818333	-6.20583333
2005	febrero	83	85.545	93.7605833	93.562625	-8.017625
2005	Marzo	84	117.633	93.3646667	93.4225	24.2105
2005	Abril	85	123.697	93.4803333	93.536125	30.160875
2005	Mayo	86	111.665	93.5919167	93.545125	18.119875
2005	Junio	87	100.315	93.4983333	93.3023333	7.01266667
2005	Julio	88	93.484	93.1063333	92.9844167	0.49958333
2005	Agosto	89	83.433	92.8625	93.949	-10.516
2005	Setiembre	90	78.082	95.0355	95.9307083	-17.8487083
2005	Octubre	91	77.602	96.8259167	97.5085	-19.9065
2005	Noviembre	92	78.895	98.1910833	98.7280417	-19.8330417
2005	Diciembre	93	79.749	99.265	99.5182917	-19.7692917
2006	Enero	94	84.25	99.7715833	100.093208	-15.8432083

2006	febrero	95	111.621	100.414833	100.872542	10.7484583
2006	Marzo	96	139.118	101.33025	101.652667	37.4653333
2006	Abril	97	140.079	101.975083	102.210292	37.8687083
2006	Mayo	98	124.552	102.4455	102.630125	21.921875
2006	Junio	99	106.394	102.81475	102.972708	3.42129167
2006	Julio	100	101.203	103.130667	103.589417	-2.38641667
2006	Agosto	101	94.418	104.048167	103.811	-9.393
2006	Setiembre	102	85.82	103.573833	102.444125	-16.624125
2006	Octubre	103	83.247	101.314417	100.332417	-17.0854167
2006	Noviembre	104	83.326	99.3504167	98.776625	-15.450625
2006	Diciembre	105	83.54	98.2028333	97.903875	-14.363875
2007	Enero	106	95.26	97.6049167	97.25375	-1.99375
2007	febrero	107	105.929	96.9025833	96.5520833	9.37691667
2007	Marzo	108	112.005	96.2015833	95.878625	16.126375
2007	Abril	109	116.511	95.5556667	95.42475	21.08625
2007	Mayo	110	110.781	95.2938333	95.1938333	15.5871667
2007	Junio	111	99.219	95.0938333	95.1509583	4.06804167
2007	Julio	112	92.775	95.2080833	94.4784583	-1.70345833
2007	Agosto	113	86.006	93.7488333	94.341375	-8.335375
2007	Setiembre	114	78.069	94.9339167	96.5487917	-18.4797917
2007	Octubre	115	80.105	98.1636667	103.565745	-23.4607451
2007	Noviembre	116	80.926	108.967824	108.911162	-27.9851618
2007	Diciembre	117	84.911	108.8545	109.175683	-24.2646833
2008	Enero	118	77.749	109.496867	110.094076	-32.3450762
2008	febrero	119	120.15	110.691286	111.64072	8.50928022
2008	Marzo	120	150.762	112.590154	105.845327	44.9166731
2008	Abril	121	158.284	99.1005		
2008	Mayo	122	142.984			
2008	Junio	123	126.073			
2008	Julio	124	114.971			
2008	Agosto	125	127.171			
2008	Setiembre	126	121.517			

En la tabla anterior observamos que la última columna viene a ser los valores para la media móvil de la serie de tiempo. La gráfica de estos datos la mostramos a continuación:



Gráfica 1. Se presenta gráficamente la evolución del promedio del NDVI desde el mes de Abril de 1998 hasta septiembre del 2008.



Gráfica 2. Representación gráfica de las medias móviles de la serie

5.2. Estacionalidad de la Serie.

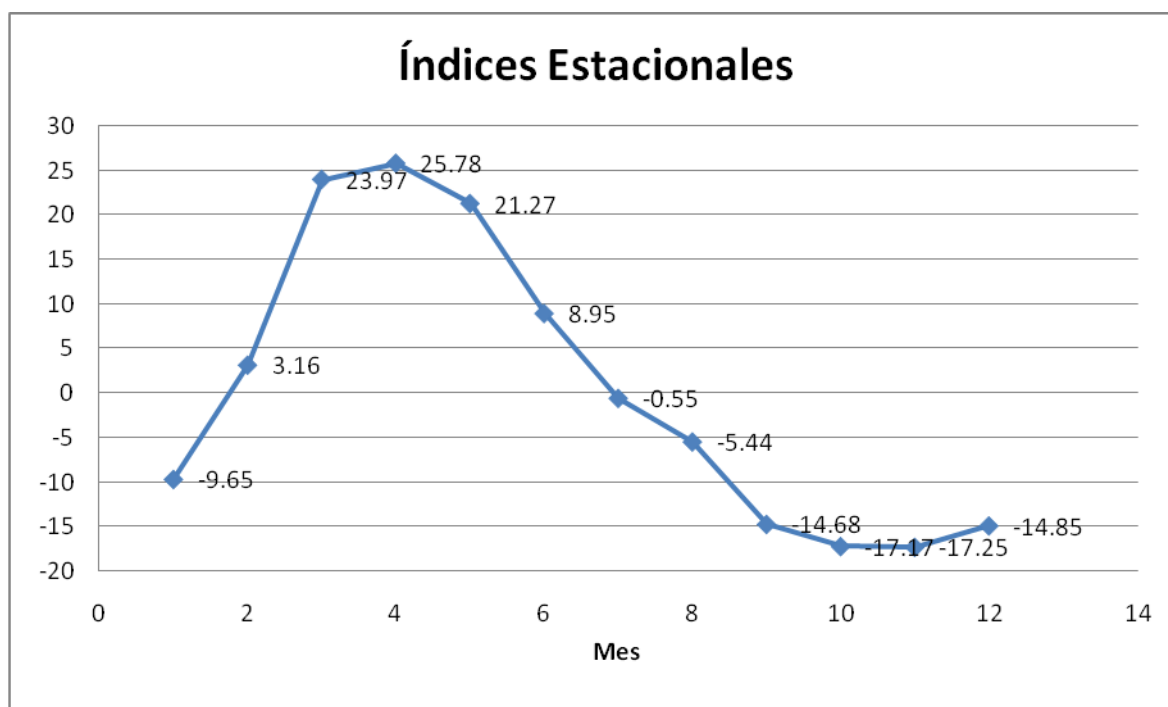
Para evaluar el comportamiento estacional de la serie es necesario obtener los índices estacionales, estos índices sirven para evitar que las variaciones de corto periodo características de cada unidad de tiempo que forma nuestra serie (estación), en nuestro caso de cada mes del año, tengan alguna influencia sobre el comportamiento de la misma a corto plazo (tendencia).

Primero tenemos que hallar los valores que representaremos con la letra W, que viene a ser la diferencia entre los valores de la serie y la media móvil correspondiente, estos datos son presentados en la tabla 1. Luego calculamos los valores E_s^* (ec. 12), que vienen a ser los valores promedio de W para cada mes, y también el valor \bar{E} (ec. 14), que representa el promedio de los E_s^* . Finalmente obtenemos los índices estacionales, a partir de la ec. 14, para cada mes. El resultado se presenta en la tabla 3 y se reproducen para toda la serie en la tabla 5.

Tabla 3. Índices Estacionales

Promedio de W			Índices estacionales
MES	Total		
Enero	-10.2844375		-9.646183114
febrero	2.519566667		3.157821053
Marzo	23.33172083		23.96997522
Abril	25.13722222		25.77547661
Mayo	20.63303241		21.27128679
Junio	8.308583333		8.946837719
Julio	-1.190046296		-0.55179191
Agosto	-6.078074074		-5.439819688
Setiembre	-15.32169907		-14.68344469
Octubre	-17.80609583		-17.16784145
Noviembre	-17.88790833		-17.24965395
Diciembre	-15.4890625		-14.85080811
Total general	-0.638254386		

La gráfica de los índices estacionales (gráfica 3) nos permite observar el comportamiento típico de la vegetación en cada mes, la respuesta de la misma a factores como la estacionalidad climática de la zona.



Gráfica 3. Índices Estacionales para cada mes del año.

5.3. Estimación de la Tendencia.

Para evaluar la tendencia podemos fijarnos en el gráfico de medias móviles superpuesto a los datos del promedio mensual de NDVI, se puede apreciar que la tendencia debería estar representada por una ecuación cuadrática; en caso esto no sea cierto, y que el término cuadrático resultara no significativo, sería detectado en el análisis de resultados, con lo cual procederíamos a ajustar el modelo sin el término que resultase no significativo.

Para obtener la tendencia generamos una nueva tabla en la que necesitaremos los campos de “tiempo”, “tiempo al cuadrado”, “promedio de NDVI”, “media móvil”, e “índices estacionales”. A partir de este, teniendo cuidado que la columna correspondiente al tiempo elevado al cuadrado este situada al lado de la correspondiente al tiempo, realizamos el análisis de regresión mediante la utilización de la herramienta de Excel denominada “Análisis de datos” (figura 4), en su aplicación “Regresión” (figura 5), definiendo como “Rango Y de entrada” a los valores de la media móvil, “Rango X de entrada” los valores del tiempo y el tiempo al cuadrado, en “Rango de salida” únicamente va la posición de la casilla a partir de donde se presentarán los resultados de la regresión, en las demás alternativas dejamos las predeterminadas sin modificación, acto seguido hacemos clic en aceptar y obtenemos los resultados a partir de la casilla de salida como se muestra en la tabla 4.

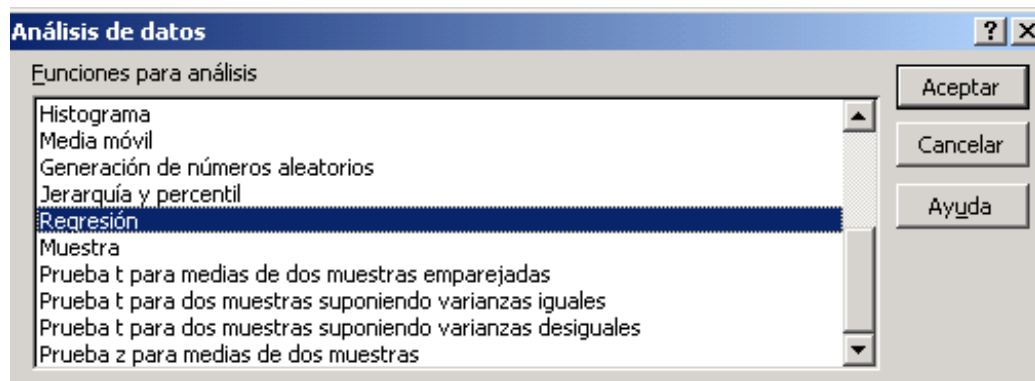


Figura 4. Ventana de la aplicación “Análisis de datos” de Excel

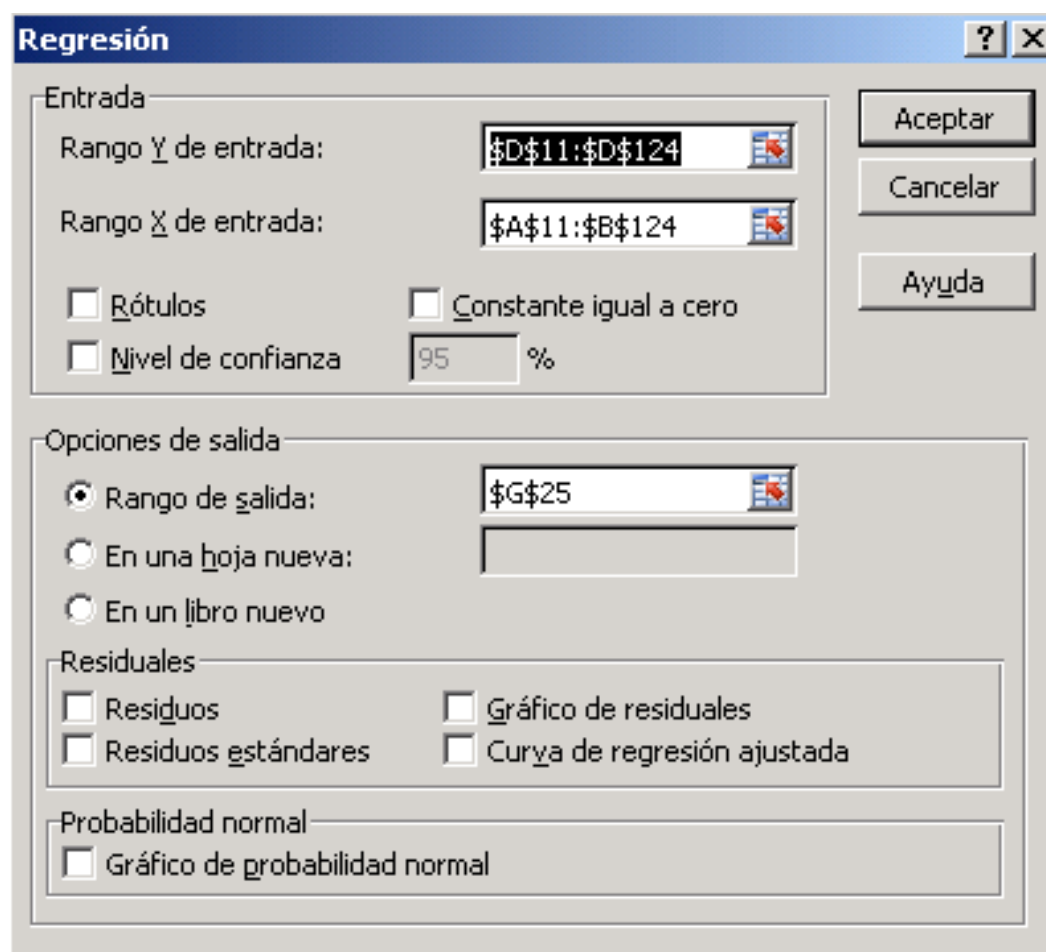


Figura 5. Aplicación utilizada para el cálculo de regresión

Resumen

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coeficiente de correlación múltiple	0.84991204
Coeficiente de determinación R ²	0.72235048
R ² ajustado	0.71734779
Error típico	5.42086296
Observaciones	114

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	2	8486.153397	4243.076698	144.3923	1.30041E-31
Residuos	111	3261.818832	29.38575525		
Total	113	11747.97223			

	<i>Coeficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>
Ordenada en el origen	132.707485	1.899510324	69.86405059	1.394E-93	128.943479	136.471492
Tiempo	-0.8517314	0.068342112	-12.46276067	7.91E-23	-0.987155838	-0.7163069
Tiempo ²	0.00499754	0.000524235	9.533005054	4.266E-16	0.003958729	0.00603634

Tabla 4. Tabla resultado del análisis de regresión.

En la tabla 4 se presentan los valores de las estadísticas de la regresión: coeficiente de correlación múltiple, coeficiente de determinación, error típico, etc. También el análisis de variancia, los valores para la regresión y los residuos y finalmente los coeficientes de la regresión y sus respectivos errores.

A partir de esta tabla podemos mostrar la forma que tomará la ecuación de la tendencia:

$$T = 132.71 - 0.852t + 0.005t^2 \dots\dots\dots (22)$$

Con un R^2 del 72.24%

Una vez obtenida la tendencia, podemos calcular su valor para los diferentes tiempos de los que se dispone de información; para ello crearemos una nueva columna que llamaremos “tendencia” (tabla 5), la cual será el resultado de la aplicación de la ecuación 22 a nuestros datos.

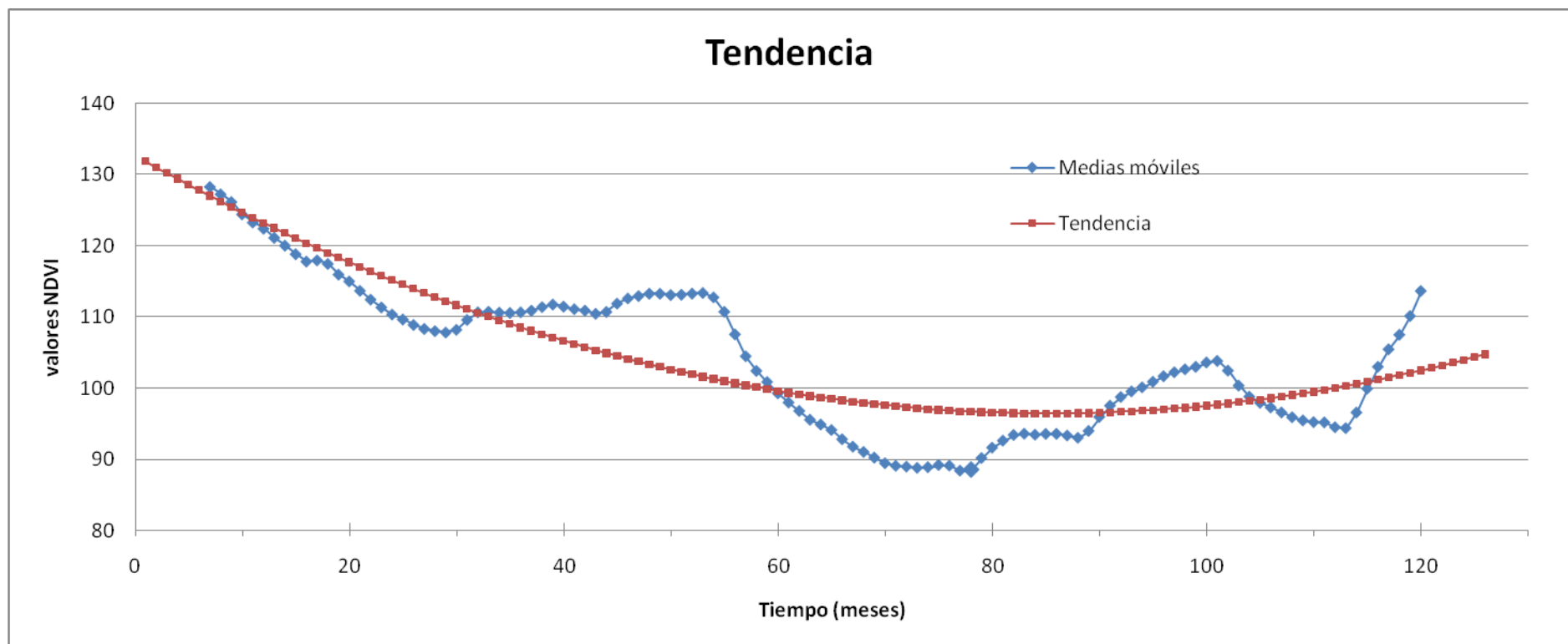
Procedemos luego a graficar la tendencia resultante frente a la curva de las medias móviles, lo que nos permitirá apreciar la bondad del ajuste (gráfica 4).

5.4. Obtención del Modelo y de los Residuos.

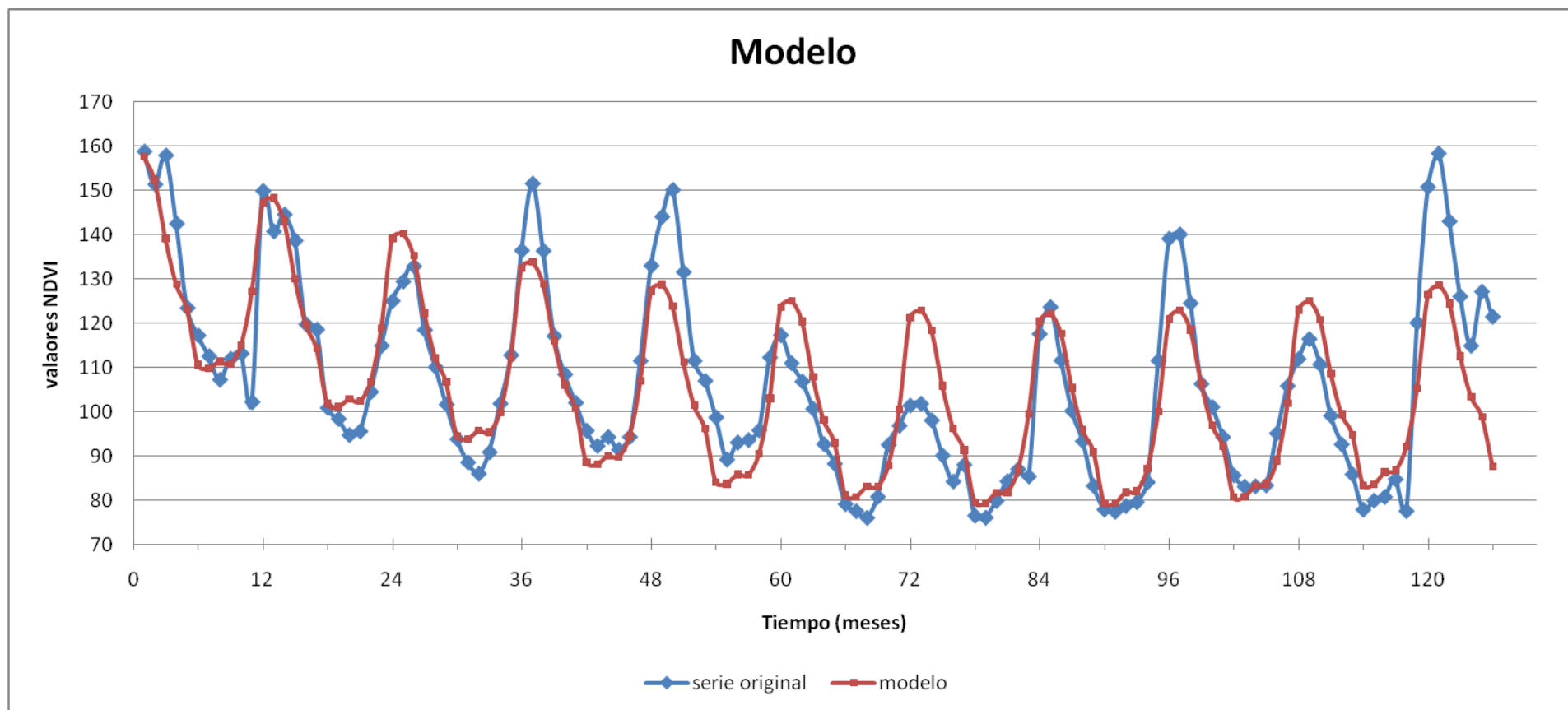
Finalmente, contamos con todos los datos necesarios para obtener el modelo que nos permita describir el comportamiento de nuestros datos (promedio mensual del NDVI) en función del tiempo. En nuestro caso, los datos presentan un comportamiento aditivo, entonces, el modelo que debemos aplicar se obtiene como resultado de sumar la tendencia y la estacionalidad para cada valor de NDVI. Esto lo hacemos agregando una columna más a nuestra tabla (tabla 5), que llamaremos “modelo”.

Para obtener los residuos, utilizamos los valores del modelo y nuestros valores originales de la serie, de forma que el residuo vendría a ser la diferencia entre los valores originales y los valores del modelo. Para albergar estos valores agregamos una columna más llamada “residuo” a nuestra tabla (tabla 5).

Presentamos la representación gráfica del modelo de la serie obtenido, comparándolo con la gráfica de nuestros valores originales (gráfica 5), esto nos permite tener una idea de los resultados de nuestro trabajo. Por último presentamos la gráfica de los valores de los residuos (gráfica 6).



Gráfica 4. Muestra la curva de tendencia obtenida y la compara con el gráfico de los valores de la media móvil.



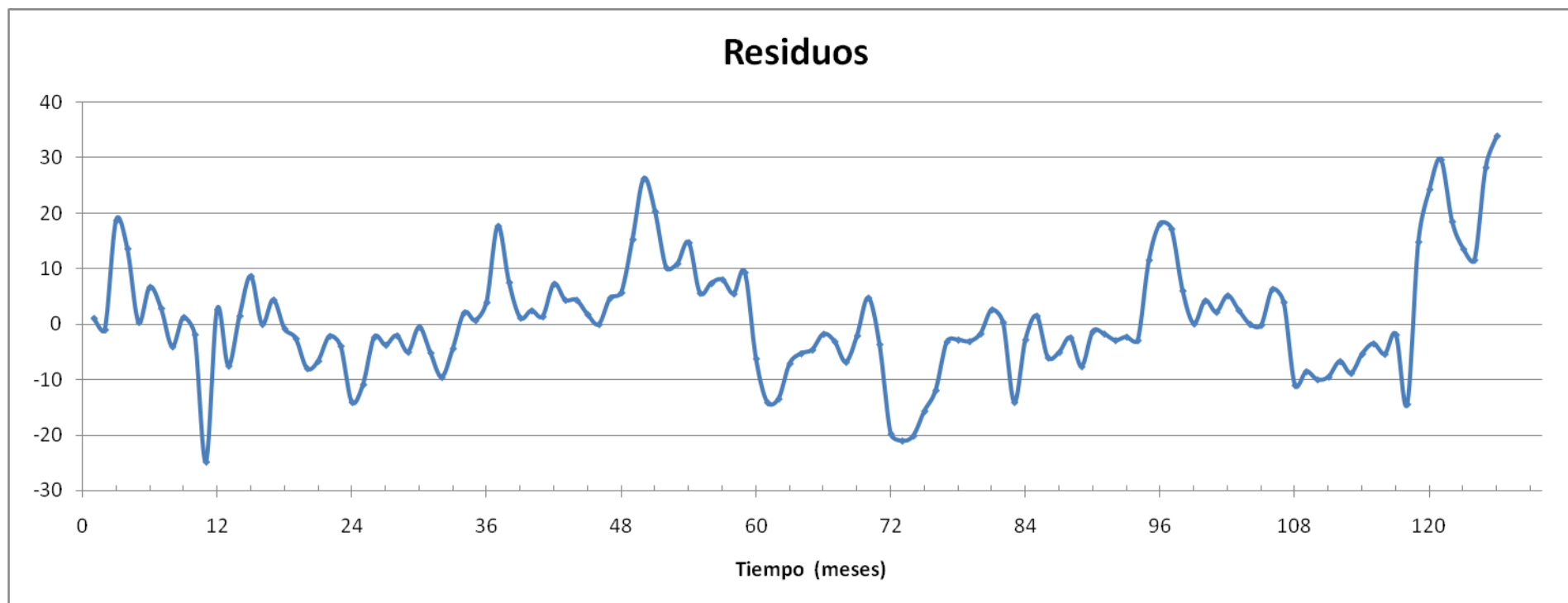
Gráfica 5. Se representa el modelo obtenido en comparación con los datos originales de la serie de tiempo.

Tabla 5.Datos utilizados para la obtención del Modelo

T	T^2	prom-NDVI	Y movil	Índ. est.	tendencia	Modelo	Residuos
1	1	158.727		25.77547661	131.863	157.6384766	1.088523392
2	4	151.322		21.27128679	131.026	152.2972868	-0.975286793
3	9	157.85		8.946837719	130.199	139.1458377	18.70416228
4	16	142.48		-0.55179191	129.382	128.8302081	13.64979191
5	25	123.495		-5.439819688	128.575	123.1351803	0.359819688
6	36	117.31		-17.16784145	127.778	110.6101586	6.699841447
7	49	112.629	128.2948333	-17.24965395	126.991	109.7413461	2.887653947
8	64	107.329	127.2629583	-14.85080811	126.214	111.3631919	-4.034191886
9	81	112.027	126.180875	-14.68344469	125.447	110.7635553	1.263444688
10	100	113.209	124.4365833	-9.646183114	124.69	115.0438169	-1.834816886
11	121	102.3	123.2893333	3.157821053	123.943	127.1008211	-24.80082105
12	144	149.853	122.4075833	23.96997522	123.206	147.1759752	2.677024781
13	169	140.741	121.14025	25.77547661	122.479	148.2544766	-7.513476608
14	196	144.543	120.0324583	21.27128679	121.762	143.0332868	1.509713207
15	225	138.659	118.8329583	8.946837719	121.055	130.0018377	8.657162281
16	256	119.808	117.7937917	-0.55179191	120.358	119.8062081	0.00179191
17	289	118.633	117.9632083	-5.439819688	119.671	114.2311803	4.401819688
18	324	101.01	117.459125	-17.16784145	118.994	101.8261586	-0.816158553
19	361	98.513	115.956625	-17.24965395	118.327	101.0773461	-2.564346053
20	400	94.858	115.00125	-14.85080811	117.67	102.8191919	-7.961191886
21	441	95.71	113.6775	-14.68344469	117.023	102.3395553	-6.629555312
22	484	104.586	112.4380833	-9.646183114	116.386	106.7398169	-2.153816886
23	529	114.989	111.3337083	3.157821053	115.759	118.9168211	-3.927821053
24	576	125.066	110.33725	23.96997522	115.142	139.1119752	-14.04597522
25	625	129.468	109.635375	25.77547661	114.535	140.3104766	-10.84247661
26	676	132.887	108.865375	21.27128679	113.938	135.2092868	-2.322286793
27	729	118.545	108.307625	8.946837719	113.351	122.2978377	-3.752837719
28	784	110.176	108.0014583	-0.55179191	112.774	112.2222081	-2.04620809
29	841	101.76	107.8027083	-5.439819688	112.207	106.7671803	-5.007180312
30	900	93.968	108.1875833	-17.16784145	111.65	94.48215855	-0.514158553
31	961	88.71	109.5798333	-17.24965395	111.103	93.85334605	-5.143346053
32	1024	86.181	110.6439167	-14.85080811	110.566	95.71519189	-9.534191886
33	1089	91.001	110.7324583	-14.68344469	110.039	95.35555531	-4.354555312
34	1156	101.947	110.6069167	-9.646183114	109.522	99.87581689	2.071183114
35	1225	112.858	110.5540833	3.157821053	109.015	112.1728211	0.685178947
36	1296	136.434	110.6482083	23.96997522	108.518	132.4879752	3.946024781
37	1369	151.514	110.88125	25.77547661	108.031	133.8064766	17.70752339
38	1444	136.379	111.3790417	21.27128679	107.554	128.8252868	7.553713207
39	1521	117.178	111.745375	8.946837719	107.087	116.0338377	1.144162281
40	1600	108.53	111.4554583	-0.55179191	106.63	106.0782081	2.45179191
41	1681	102.138	111.089875	-5.439819688	106.183	100.7431803	1.394819688
42	1764	95.849	110.89475	-17.16784145	105.746	88.57815855	7.270841447

43	1849	92.422	110.4412083	-17.24965395	105.319	88.06934605	4.352653947
44	1936	94.416	110.7025833	-14.85080811	104.902	90.05119189	4.364808114
45	2025	91.558	111.873875	-14.68344469	104.495	89.81155531	1.746444688
46	2116	94.432	112.6003333	-9.646183114	104.098	94.45181689	-0.019816886
47	2209	111.599	112.9337917	3.157821053	103.711	106.8688211	4.730178947
48	2304	133.01	113.2647083	23.96997522	103.334	127.3039752	5.706024781
49	2401	144.053	113.2614167	25.77547661	102.967	128.7424766	15.31052339
50	2500	150.113	113.08225	21.27128679	102.61	123.8812868	26.23171321
51	2601	131.555	113.1227083	8.946837719	102.263	111.2098377	20.34516228
52	2704	111.588	113.278125	-0.55179191	101.926	101.3742081	10.21379191
53	2809	107.083	113.3730417	-5.439819688	101.599	96.15918031	10.92381969
54	2916	98.846	112.75225	-17.16784145	101.282	84.11415855	14.73184145
55	3025	89.346	110.7247917	-17.24965395	100.975	83.72534605	5.620653947
56	3136	93.192	107.549625	-14.85080811	100.678	85.82719189	7.364808114
57	3249	93.753	104.4674583	-14.68344469	100.391	85.70755531	8.045444688
58	3364	95.967	102.403375	-9.646183114	100.114	90.46781689	5.499183114
59	3481	112.342	100.8440417	3.157821053	99.847	103.0048211	9.337178947
60	3600	117.368	99.25241667	23.96997522	99.59	123.5599752	-6.191975219
61	3721	111.036	97.95420833	25.77547661	99.343	125.1184766	-14.08247661
62	3844	106.926	96.762875	21.27128679	99.106	120.3772868	-13.45128679
63	3969	100.77	95.52408333	8.946837719	98.879	107.8258377	-7.055837719
64	4096	92.835	94.85541667	-0.55179191	98.662	98.11020809	-5.27520809
65	4225	88.412	94.07854167	-5.439819688	98.455	93.01518031	-4.603180312
66	4356	79.318	92.777625	-17.16784145	98.258	81.09015855	-1.772158553
67	4489	77.717	91.73758333	-17.24965395	98.071	80.82134605	-3.104346053
68	4624	76.229	90.99433333	-14.85080811	97.894	83.04319189	-6.814191886
69	4761	80.985	90.19220833	-14.68344469	97.727	83.04355531	-2.058555312
70	4900	92.687	89.40229167	-9.646183114	97.57	87.92381689	4.763183114
71	5041	96.977	89.04108333	3.157821053	97.423	100.5808211	-3.603821053
72	5184	101.511	88.92225	23.96997522	97.286	121.2559752	-19.74497522
73	5329	101.932	88.75233333	25.77547661	97.159	122.9344766	-21.00247661
74	5476	98.192	88.849625	21.27128679	97.042	118.3132868	-20.12128679
75	5625	90.253	89.152	8.946837719	96.935	105.8818377	-15.62883772
76	5776	84.394	89.066875	-0.55179191	96.838	96.28620809	-11.89220809
77	5929	88.184	88.36091667	-5.439819688	96.751	91.31118031	-3.127180312
78	6084	76.694	88.55633333	-17.16784145	96.674	79.50615855	-2.812158553
79	6241	76.263	90.13495833	-17.24965395	96.607	79.35734605	-3.094346053
80	6400	80.018	91.60320833	-14.85080811	96.55	81.69919189	-1.681191886
81	6561	84.453	92.58383333	-14.68344469	96.503	81.81955531	2.633444688
82	6724	87.176	93.38183333	-9.646183114	96.466	86.81981689	0.356183114
83	6889	85.545	93.562625	3.157821053	96.439	99.59682105	-14.05182105
84	7056	117.633	93.4225	23.96997522	96.422	120.3919752	-2.758975219
85	7225	123.697	93.536125	25.77547661	96.415	122.1904766	1.506523392
86	7396	111.665	93.545125	21.27128679	96.418	117.6892868	-6.024286793
87	7569	100.315	93.30233333	8.946837719	96.431	105.3778377	-5.062837719

88	7744	93.484	92.98441667	-0.55179191	96.454	95.90220809	-2.41820809
89	7921	83.433	93.949	-5.439819688	96.487	91.04718031	-7.614180312
90	8100	78.082	95.93070833	-17.16784145	96.53	79.36215855	-1.280158553
91	8281	77.602	97.5085	-17.24965395	96.583	79.33334605	-1.731346053
92	8464	78.895	98.72804167	-14.85080811	96.646	81.79519189	-2.900191886
93	8649	79.749	99.51829167	-14.68344469	96.719	82.03555531	-2.286555312
94	8836	84.25	100.0932083	-9.646183114	96.802	87.15581689	-2.905816886
95	9025	111.621	100.8725417	3.157821053	96.895	100.0528211	11.56817895
96	9216	139.118	101.6526667	23.96997522	96.998	120.9679752	18.15002478
97	9409	140.079	102.2102917	25.77547661	97.111	122.8864766	17.19252339
98	9604	124.552	102.630125	21.27128679	97.234	118.5052868	6.046713207
99	9801	106.394	102.9727083	8.946837719	97.367	106.3138377	0.080162281
100	10000	101.203	103.5894167	-0.55179191	97.51	96.95820809	4.24479191
101	10201	94.418	103.811	-5.439819688	97.663	92.22318031	2.194819688
102	10404	85.82	102.444125	-17.16784145	97.826	80.65815855	5.161841447
103	10609	83.247	100.3324167	-17.24965395	97.999	80.74934605	2.497653947
104	10816	83.326	98.776625	-14.85080811	98.182	83.33119189	-0.005191886
105	11025	83.54	97.903875	-14.68344469	98.375	83.69155531	-0.151555312
106	11236	95.26	97.25375	-9.646183114	98.578	88.93181689	6.328183114
107	11449	105.929	96.55208333	3.157821053	98.791	101.9488211	3.980178947
108	11664	112.005	95.878625	23.96997522	99.014	122.9839752	-10.97897522
109	11881	116.511	95.42475	25.77547661	99.247	125.0224766	-8.511476608
110	12100	110.781	95.19383333	21.27128679	99.49	120.7612868	-9.980286793
111	12321	99.219	95.15095833	8.946837719	99.743	108.6898377	-9.470837719
112	12544	92.775	94.47845833	-0.55179191	100.006	99.45420809	-6.67920809
113	12769	86.006	94.341375	-5.439819688	100.279	94.83918031	-8.833180312
114	12996	78.069	96.54879167	-17.16784145	100.562	83.39415855	-5.325158553
115	13225	80.105	99.90420833	-17.24965395	100.855	83.60534605	-3.500346053
116	13456	80.926	102.9865417	-14.85080811	101.158	86.30719189	-5.381191886
117	13689	84.911	105.44725	-14.68344469	101.471	86.78755531	-1.876555312
118	13924	77.749	107.491	-9.646183114	101.794	92.14781689	-14.39881689
119	14161	120.15	110.1310417	3.157821053	102.127	105.2848211	14.86517895
120	14400	150.762	113.6565833	23.96997522	102.47	126.4399752	24.32202478
121	14641	158.284		25.77547661	102.823	128.5984766	29.68552339
122	14884	142.984		21.27128679	103.186	124.4572868	18.52671321
123	15129	126.073		8.946837719	103.559	112.5058377	13.56716228
124	15376	114.971		-0.55179191	103.942	103.3902081	11.58079191
125	15625	127.171		-5.439819688	104.335	98.89518031	28.27581969
126	15876	121.517		-17.16784145	104.738	87.57015855	33.94684145



Gráfica 6. Se representan los valores obtenidos para los residuos

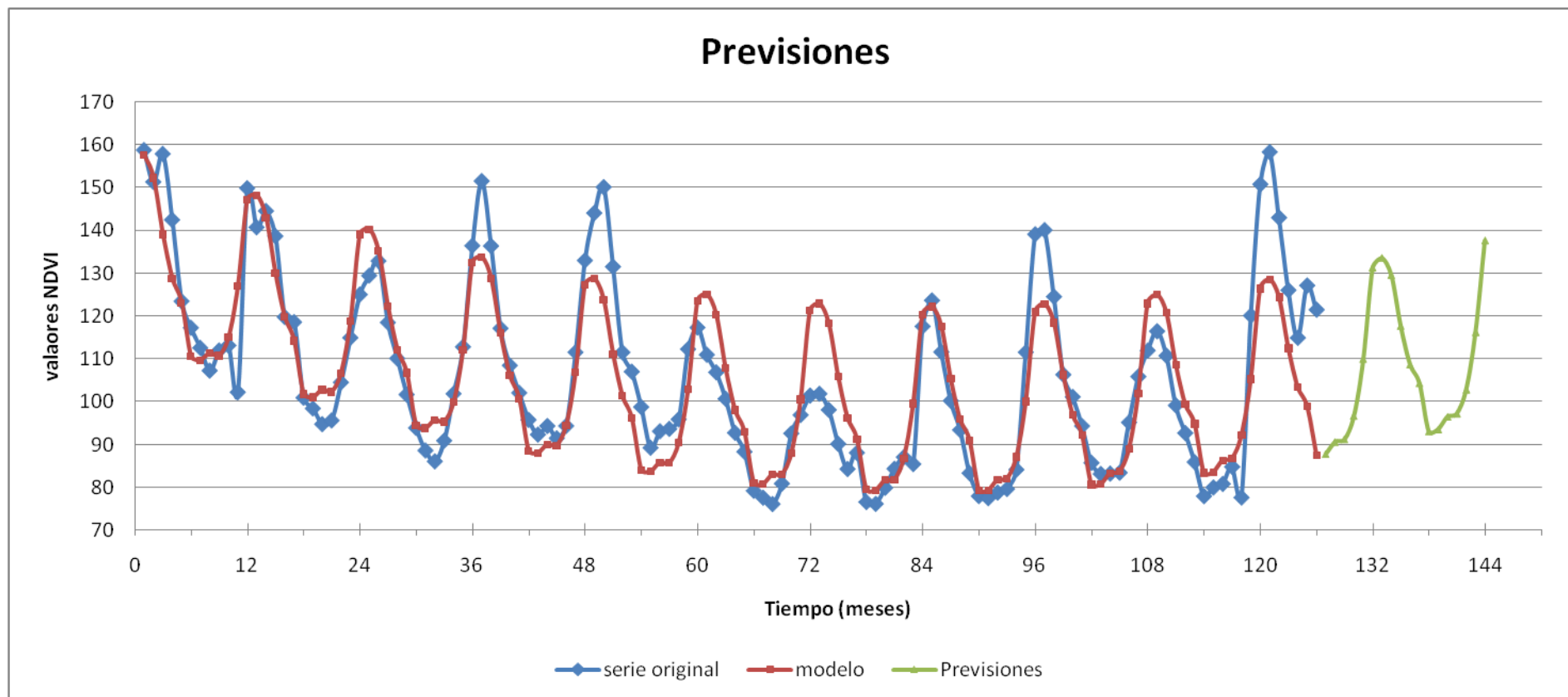
5.5. Previsiones

Una de las principales ventajas de conocer el comportamiento de una determinable variable en el tiempo, es el de poder luego predecir su comportamiento futuro, con menor o mayor grado de exactitud de acuerdo a las características de la misma; por esto, es que realizamos la previsión para 18 meses en adelante, a partir de el último dato real que se posee. Creamos una tabla (tabla 6), para la que utilizaremos los valores de las columnas del tiempo, tendencia y estacionalidad para los 18 meses futuros, estos valores mencionados serían la prolongación de los valores mostrados en la tabla 4; teniendo esta tabla preparada, agregamos una columna que denominaremos “previsiones” donde irán los valores que son obtenidos de sumar al tendencia y estacionalidad calculados para los meses futuros.

Tabla 6. Se muestran los valores obtenidos de las previsiones

T	T ²	prom-NDVI	Y movil	Índ. est.	tendencia	Modelo	Residuos	Previsiones
127	16129			-17.24965395	105.151			87.90134605
128	16384			-14.85080811	105.574			90.72319189
129	16641			-14.68344469	106.007			91.32355531
130	16900			-9.646183114	106.45			96.80381689
131	17161			3.157821053	106.903			110.0608211
132	17424			23.96997522	107.366			131.3359752
133	17689			25.77547661	107.839			133.6144766
134	17956			21.27128679	108.322			129.5932868
135	18225			8.946837719	108.815			117.7618377
136	18496			-0.55179191	109.318			108.7662081
137	18769			-5.439819688	109.831			104.3911803
138	19044			-17.16784145	110.354			93.18615855
139	19321			-17.24965395	110.887			93.63734605
140	19600			-14.85080811	111.43			96.57919189
141	19881			-14.68344469	111.983			97.29955531
142	20164			-9.646183114	112.546			102.8998169
143	20449			3.157821053	113.119			116.2768211
144	20736			23.96997522	113.702			137.6719752

Por último, graficamos las previsiones junto con los valores originales de la serie y con el modelo ya deducido, en donde podemos obtener una visión completa del trabajo realizado (gráfica 7).



Grafica 7. Previsiones realizadas a partir del modelo

5.6. Correlograma

Con los datos originales del promedio mensual del NDVI, calcularemos el coeficiente de auto correlación (r_k), la auto covariancia $\hat{\gamma}_k$, evaluaremos su significación estadística y obtenemos el correlograma, lo cual nos permitirá confirmar la estacionalidad que hemos venido trabajando y finalmente ver hasta qué valor de tiempo es posible hacer las previsiones con cierto grado de precisión.

Tomamos nuevamente nuestros datos ordenados en una tabla (tabla 7), la cual cuenta con las columnas: año, tiempo y promedio de NDVI; a las que se le añadirá una columna llamada Y-Yprom, que vienen a ser los valores de la variable centrada y se obtiene de restar cada uno de los valores de nuestra serie de tiempo del promedio de todos los valores de la misma. Esto, mas las variables necesarias para elaborar el correlograma se obtiene a partir de las ecuaciones 16,17 y 18.

Incluimos otra columna que llamaremos Gamma_ζ y utilizaremos la expresión del Excel “=VARP(C2:C127)”, se utiliza la función “VARP” en vez de la “VAR”, para que el divisor sea N y no N-1 como sería en el otro caso, esta función nos produce el resultado 468.5757 que viene a ser el valor de la variancia.

Tabla 7. Datos originales mas los de la variable centrada

AÑO	T	prom-NDVI	Y-Yprom
1998	1	158.727	52.00794444
1998	2	151.322	44.60294444
1998	3	157.85	51.13094444
1998	4	142.48	35.76094444
1998	5	123.495	16.77594444
1998	6	117.31	10.59094444
1998	7	112.629	5.909944444
1998	8	107.329	0.609944444
1998	9	112.027	5.307944444
1999	10	113.209	6.489944444
1999	11	102.3	-4.419055556
1999	12	149.853	43.13394444
1999	13	140.741	34.02194444
1999	14	144.543	37.82394444
1999	15	138.659	31.93994444
1999	16	119.808	13.08894444
1999	17	118.633	11.91394444
1999	18	101.01	-5.709055556
1999	19	98.513	-8.206055556
1999	20	94.858	-11.86105556
1999	21	95.71	-11.00905556
2000	22	104.586	-2.133055556
2000	23	114.989	8.269944444
2000	24	125.066	18.34694444
2000	25	129.468	22.74894444
2000	26	132.887	26.16794444
2000	27	118.545	11.82594444
2000	28	110.176	3.456944444
2000	29	101.76	-4.959055556
2000	30	93.968	-12.75105556
2000	31	88.71	-18.00905556
2000	32	86.181	-20.53805556
2000	33	91.001	-15.71805556

2001	34	101.947	-4.772055556
2001	35	112.858	6.138944444
2001	36	136.434	29.71494444
2001	37	151.514	44.79494444
2001	38	136.379	29.65994444
2001	39	117.178	10.45894444
2001	40	108.53	1.810944444
2001	41	102.138	-4.581055556
2001	42	95.849	-10.87005556
2001	43	92.422	-14.29705556
2001	44	94.416	-12.30305556
2001	45	91.558	-15.16105556
2002	46	94.432	-12.28705556
2002	47	111.599	4.879944444
2002	48	133.01	26.29094444
2002	49	144.053	37.33394444
2002	50	150.113	43.39394444
2002	51	131.555	24.83594444
2002	52	111.588	4.868944444
2002	53	107.083	0.363944444
2002	54	98.846	-7.873055556
2002	55	89.346	-17.37305556
2002	56	93.192	-13.52705556
2002	57	93.753	-12.96605556
2003	58	95.967	-10.75205556
2003	59	112.342	5.622944444
2003	60	117.368	10.64894444
2003	61	111.036	4.316944444
2003	62	106.926	0.206944444
2003	63	100.77	-5.949055556
2003	64	92.835	-13.88405556
2003	65	88.412	-18.30705556
2003	66	79.318	-27.40105556
2003	67	77.717	-29.00205556
2003	68	76.229	-30.49005556
2003	69	80.985	-25.73405556
2004	70	92.687	-14.03205556
2004	71	96.977	-9.742055556
2004	72	101.511	-5.208055556
2004	73	101.932	-4.787055556
2004	74	98.192	-8.527055556

2004	75	90.253	-16.46605556
2004	76	84.394	-22.32505556
2004	77	88.184	-18.53505556
2004	78	76.694	-30.02505556
2004	79	76.263	-30.45605556
2004	80	80.018	-26.70105556
2004	81	84.453	-22.26605556
2005	82	87.176	-19.54305556
2005	83	85.545	-21.17405556
2005	84	117.633	10.91394444
2005	85	123.697	16.97794444
2005	86	111.665	4.945944444
2005	87	100.315	-6.404055556
2005	88	93.484	-13.23505556
2005	89	83.433	-23.28605556
2005	90	78.082	-28.63705556
2005	91	77.602	-29.11705556
2005	92	78.895	-27.82405556
2005	93	79.749	-26.97005556
2006	94	84.25	-22.46905556
2006	95	111.621	4.901944444
2006	96	139.118	32.39894444
2006	97	140.079	33.35994444
2006	98	124.552	17.83294444
2006	99	106.394	-0.325055556
2006	100	101.203	-5.516055556
2006	101	94.418	-12.30105556
2006	102	85.82	-20.89905556
2006	103	83.247	-23.47205556
2006	104	83.326	-23.39305556
2006	105	83.54	-23.17905556
2007	106	95.26	-11.45905556
2007	107	105.929	-0.790055556
2007	108	112.005	5.285944444
2007	109	116.511	9.791944444
2007	110	110.781	4.061944444
2007	111	99.219	-7.500055556
2007	112	92.775	-13.94405556
2007	113	86.006	-20.71305556
2007	114	78.069	-28.65005556
2007	115	80.105	-26.61405556

2007	116	80.926	-25.79305556
2007	117	84.911	-21.80805556
2008	118	77.749	-28.97005556
2008	119	120.15	13.43094444
2008	120	150.762	44.04294444
2008	121	158.284	51.56494444

2008	122	142.984	36.26494444
2008	123	126.073	19.35394444
2008	124	114.971	8.251944444
2008	125	127.171	20.45194444
2008	126	121.517	14.79794444

Se prepara otra tabla (tabla 8) para mostrar los resultados para del auto correlograma, en ella se incluirán las siguientes columnas: **k**, **gamma_k**, **r_k**, **r_k^2**, **V(r_k)**, **2S(r_k)**, **-2S(r_k)**. En la columna “k” se introducen valores consecutivos desde el 1 hasta el 32, (el valor 32 es elegido aleatoriamente), en la columna “**gamma_k**” introducimos la expresión de la covariancia $\hat{\gamma}_k$, que en el numerador tiene el producto escalar de dos vectores: el primero va desde $y_1 - \bar{y}$ hasta $y_{126-k} - \bar{y}$ y el segundo de $y_{1+k} - \bar{y}$ hasta $y_{126} - \bar{y}$ ambos tomados de la ec. 17, esto lo hacemos con la función “SUMAPRODUCTO” de Excel (figura 6), que sirve para realizar el producto escalar de dos vectores. Una vez que ingresamos en esta función se despliega otro cuadro (figura 7), donde especificamos los valores que vamos a utilizar de nuestra tabla, al final de este proceso debemos tener una expresión como la siguiente: “SUMAPRODUCTO(D\$2:D\$127):”, luego para completar la ecuación 17, la expresión anterior tenemos que ponerla entre paréntesis y dividirla entre el número total de observaciones (126 en nuestro caso) con el objetivo de obtener la auto covariancia para k=1. En la figura 8 se muestra finalmente cómo queda definida la función que nos servirá para este propósito.

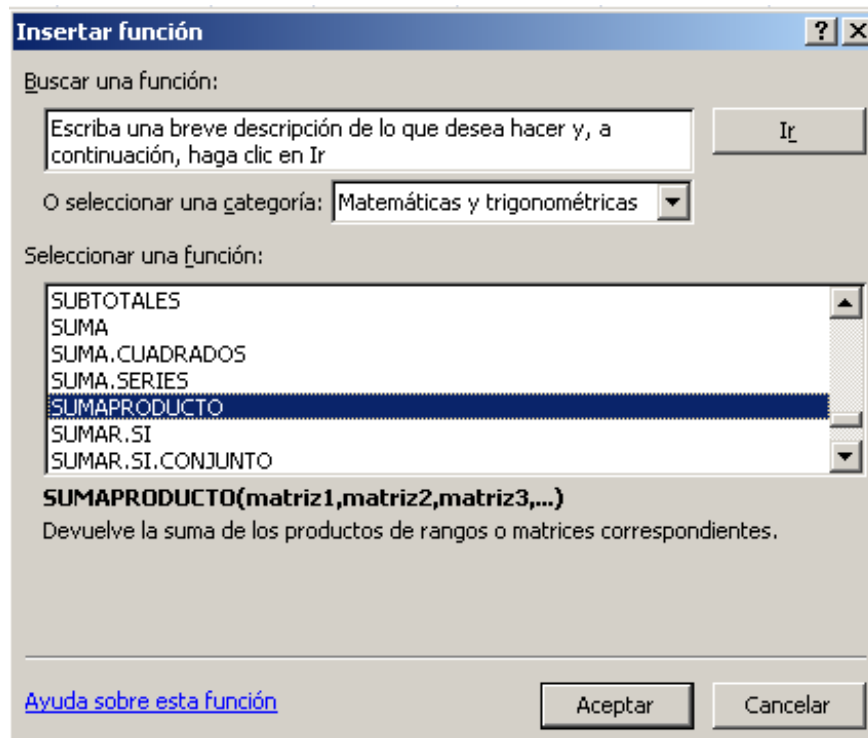


Figura 6. Función utilizada para el producto escalar de dos vectores

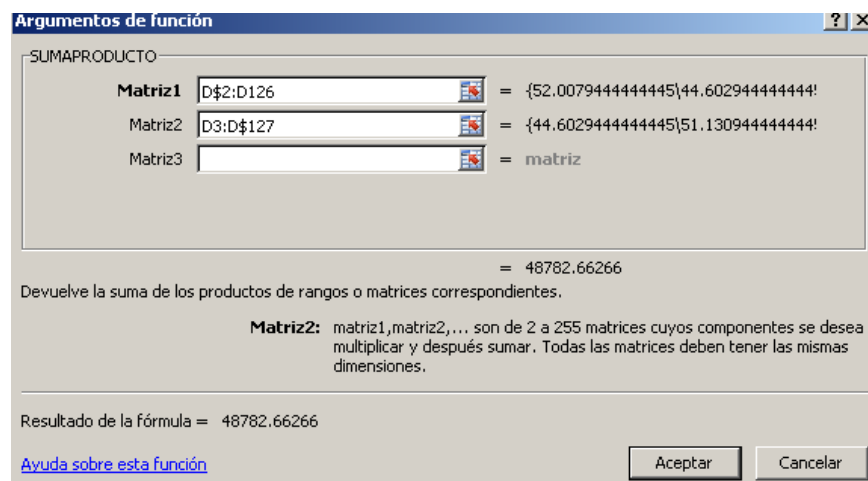


Figura 7. Se muestra la entrada de valores que se utilizarán

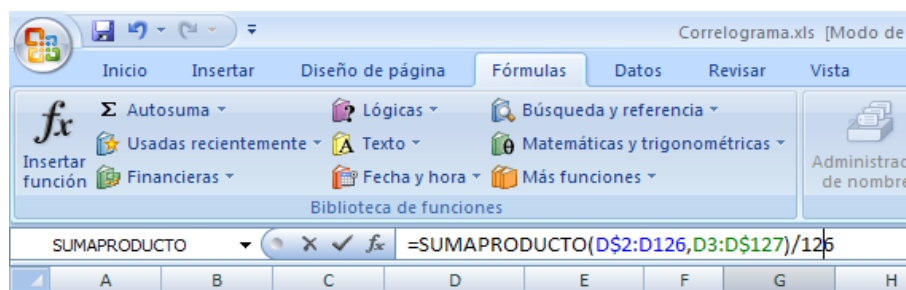


Figura 8. Ecuación que se utilizó para evaluar la covariancia

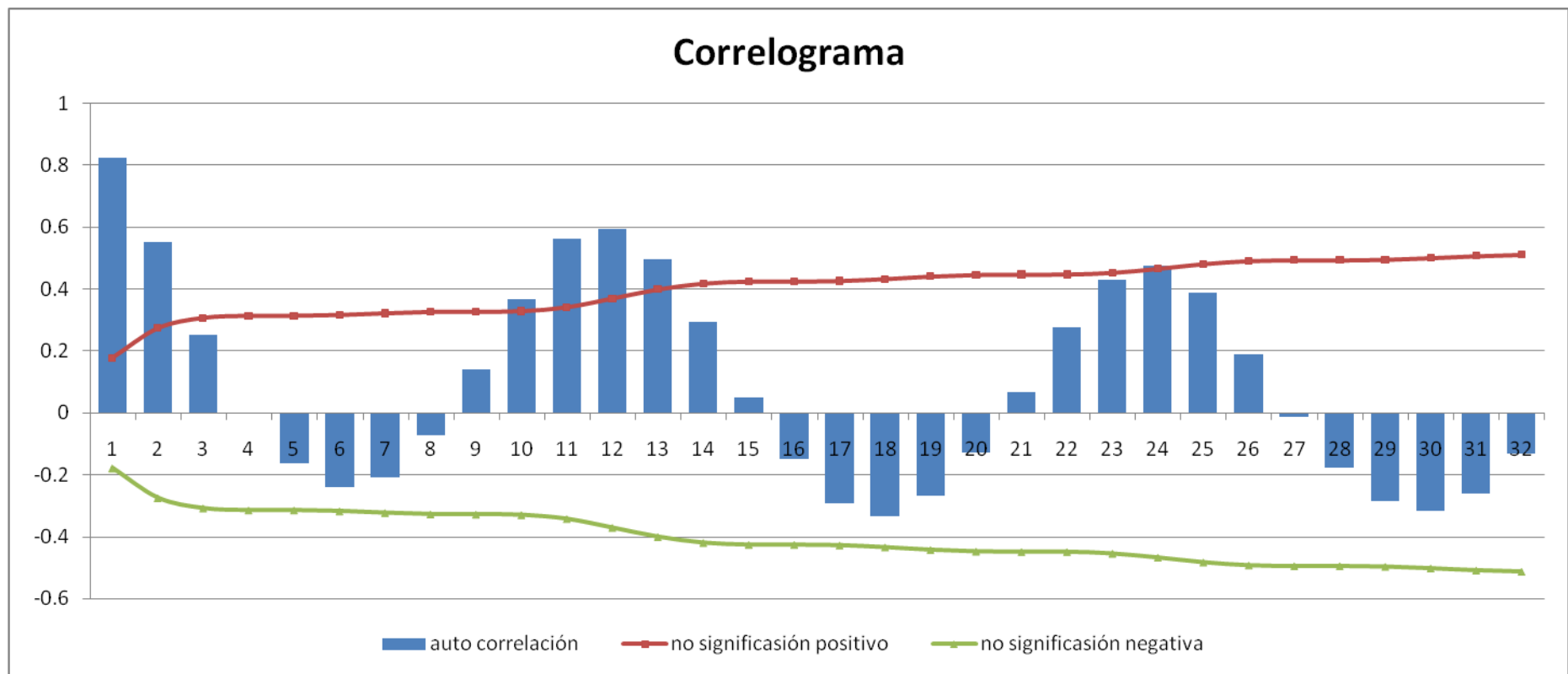
En la columna “**r_k**”, se colocan los valores correspondientes al coeficiente de auto correlación (**r_k**), donde van los valores de la columna “**gamma_k**” divididos por el valor que hallamos en la columna “**Gamma_ζ**”. En la columna “**r_k²**” incluimos los valores de los cuadrados de los coeficientes de auto correlación. La siguiente columna, “**V(r_k)**”, es llenada con los valores de la variancia, calculados según a ecuación 20. Finalmente las columnas “**2S(r_k)**” y “**-2S(r_k)**” son llenadas con los valores que corresponden a los extremos de no significación.

Tabla 8. Valores obtenidos para el auto correlograma

k	gamma_k	r_k	r_k^2	V(r_k)	-2S(r_k)	+2S(r_k)
1	387.163989	0.82625707	0.682700748	0.00793651	-0.17817416	0.17817416
2	258.767415	0.55224249	0.304971772	0.01877303	-0.2740294	0.2740294
3	118.001368	0.25182989	0.063418293	0.02361385	-0.30733597	0.30733597
4	-1.62105347	-0.00345953	1.19684E-05	0.02462049	-0.31381835	0.31381835
5	-75.9901265	-0.16217257	0.026299943	0.02462068	-0.31381956	0.31381956
6	-111.839797	-0.23868032	0.056968293	0.02503814	-0.31646888	0.31646888
7	-98.0009394	-0.20914644	0.043742232	0.0259424	-0.32213287	0.32213287
8	-34.6175164	-0.07387817	0.005457984	0.02663672	-0.32641518	0.32641518
9	65.6117601	0.14002382	0.01960667	0.02672335	-0.32694558	0.32694558
10	172.007132	0.36708504	0.134751428	0.02703457	-0.32884385	0.32884385
11	264.178928	0.56379135	0.317860684	0.02917348	-0.34160493	0.34160493
12	278.647863	0.59466989	0.353632279	0.03421889	-0.36996697	0.36996697
13	232.28815	0.49573238	0.245750595	0.0398321	-0.39915962	0.39915962
14	138.099279	0.29472138	0.086860693	0.0437329	-0.41824827	0.41824827
15	23.6426409	0.0504564	0.002545848	0.04511164	-0.42479004	0.42479004
16	-69.3181461	-0.14793372	0.021884385	0.04515205	-0.42498026	0.42498026
17	-137.479626	-0.29339896	0.086082951	0.04549943	-0.42661189	0.42661189
18	-156.889508	-0.33482211	0.112105848	0.04686582	-0.43297031	0.43297031

19	-126.036434	-0.26897774	0.072349025	0.04864528	-0.4411135	0.4411135
20	-59.4469477	-0.12686733	0.016095319	0.04979368	-0.44628994	0.44628994
21	31.9366132	0.06815678	0.004645347	0.05004916	-0.44743338	0.44743338
22	129.721869	0.27684293	0.076642005	0.05012289	-0.44776286	0.44776286
23	202.175468	0.4314681	0.18616472	0.05133943	-0.45316414	0.45316414
24	223.755577	0.47752279	0.228028014	0.05429443	-0.4660233	0.4660233
25	181.526166	0.38739987	0.150078657	0.05791392	-0.48130623	0.48130623
26	88.306575	0.18845743	0.035516204	0.06029612	-0.49110537	0.49110537
27	-6.48268673	-0.01383488	0.000191404	0.06085987	-0.49339587	0.49339587
28	-83.2183486	-0.17759851	0.031541232	0.06086291	-0.49340819	0.49340819
29	-134.19413	-0.2863873	0.082017685	0.06136356	-0.4954334	0.4954334
30	-148.589319	-0.31710846	0.100557774	0.06266543	-0.50066129	0.50066129
31	-122.667041	-0.26178703	0.068532448	0.06426159	-0.50699739	0.50699739
32	-61.4239891	-0.13108659	0.017183693	0.0653494	-0.51127059	0.51127059

Con la obtención de la tabla anterior y la gráfica de la misma, se concluye finalmente con el trabajo planificado, habiendo logrado describir el comportamiento de nuestra serie de tiempo, logrado predecir valores futuros de la misma y evaluar el alcance de esta predicción. Las conclusiones y comentarios a las que llegamos se presentan más adelante.



Gráfica 8. Correlograma

6. Conclusiones

Las conclusiones a las que se arribaron en la realización del trabajo se presentan de manera que concuerden secuencialmente con la redacción del mismo, entonces la primera conclusión es obtenida del trabajo anteriormente realizado con las imágenes de satélite, para luego presentar las que creemos caracterizan el comportamiento de la vegetación de estas tres regiones del Perú, que finalmente sustentan el objetivo del trabajo.

1. Las imágenes del NDVI del sensor VEGETATION al ser gratuitas, estar disponibles para un periodo de prácticamente 10 años a la fecha y además de cubrir todo el Perú, permiten su utilización como base de datos para el seguimiento temporal de la vegetación sobre nuestro territorio.
2. De la observación de la gráfica 1, que corresponde a los datos del promedio del NDVI mensual para los departamentos de la región Norte del Perú, se puede colegir, que nuestro dato presenta una estacionalidad marcada y correspondiente a un periodo de doce meses, pero el comportamiento de la tendencia no se puede intuir muy fácilmente. Ambas premisas obligan a la utilización de un método de suavizado, en nuestro caso el de medias móviles, para minimizar el efecto de la estacionalidad y poder hallar la tendencia.
3. A partir de los datos hallados para la media móvil y de su representación (gráfica 2), podemos determinar que la tendencia no presenta un comportamiento lineal, esto nos hace suponer que la variación de la cubierta de la vegetación de la zona presenta ciclos; es de suponer que los mismos se deben a eventos consecutivos de sequías y fenómenos del niño que sabemos se presentan en la zona de estudio.
4. De acuerdo a los valores de los índices estacionales (tabla 4), podemos determinar que los meses de Marzo, Abril y Mayo son aquellos que presenten una mayor cantidad de vegetación. Los meses de Septiembre, Octubre, Noviembre y Diciembre, son los que presentan la mayor disminución en la

cubierta vegetal en el transcurso del año; Siendo los meses de Enero, Febrero, Junio, Julio y Agosto los que mantienen valores cercanos al promedio. Podemos destacar que el máximo valor de NDVI lo presenta el mes de Abril, mientras que el mínimo el mes de Noviembre.

5. De la tabla de resultados del análisis de regresión (tabla 5) podemos observar que el valor del error típico de los coeficientes asociados al tiempo y al tiempo al cuadrado son inferiores a 0.07, entonces con un riesgo de error en la primera variable inferior al 7% y con un R^2 del 72%, concluimos que el modelo cuadrático hallado (ecuación 22) para describir la tendencia de nuestra serie de tiempo es aceptable.
6. Teniendo el modelo hallado podemos compararlo con los valores originales de la serie de tiempo (gráfica 5), de donde concluimos que existe una correspondencia entre ambos lo suficientemente buena para aceptar que nuestro modelo representa el comportamiento temporal de la vegetación de nuestra área de estudio; sin embargo, a partir de los valores de los residuos (tabla 6) verificamos que estos se mueven en un intervalo que va de -25 hasta 34, algunos de ellos se alejan de cero, pero siguen mostrando una correspondencia apreciable con el modelo.
7. En la gráfica del auto correlograma se confirma claramente la estacionalidad de periodo 12 de nuestra serie de tiempo. El coeficiente de correlación asociado a $k=24$ está en el límite del valor significativo, sin embargo es mucho más claro que el coeficiente de correlación asociado a $k=13$ está ubicado con mucha mayor claridad dentro del valor de significancia, con lo cual afirmamos que nuestro modelo permite hacer previsiones del comportamiento de la vegetación de la costa norte del Perú, hasta para los 13 meses posteriores a nuestra base de datos.

6. Bibliografía

- A. Merma, 2004, Monografía “Series de Tiempo”, Universidad Inca Garcilaso de la Vega, Maestría en Ingeniería de Sistemas, Lima - Perú.
- C. Canavos, 1988, Probabilidad y Estadística Aplicaciones y Métodos, McGRAW-HILL/Inter Americana de México S.A., México.
- F. Camacho de COCA, F.García, M. Gilabert y J. Meliá, 2003, Vegetation Cover Seasonal Changes Assessment from TM imagery in a semi-arid Landscape, Int. J. Remote Sensing, Vol 5, No 17, 3451-3476.
- F. Kogan, 1997, Global Drought Watch From Space, Bulletin of the American Meteorological Society Vol. 78, No. 4.
- H. Esrens, P. Kempeneers, I. Piccard, Y. Verheijen, 2001, Crop Monitoring and Yield Forecasting With NOAA-AVHRR or SPOT-VEGETATION, Vlaamse Instelling Voor Technologisch Onderzoek (VITO)
- J. Cihlar, St Laurent, and Dyer, J. A (1991), The relation between normalized difference vegetation index and ecological variables. Remote Sensing of Environment, 35: 279-298.
- Manual de Microsoft Excel, Microsoft Corporation, USA, 1995.
- M. Pepió, 2001, Series Temporales, Editions UPC, Barcelona - España.
- S. Chuvieco (2002), Teledetección Ambiental, La Observación de la tierra desde el espacio. Editorial Ariel, S.A.
- Sobrino, J. (2000) “Teledetección”, AEI, Universidad de Valencia - España.

Anexo I. Acceso a los Productos VEGETATION

La distribución comercial de los productos VEGETATION es realizada por VITO/Bélgica (Centro de procesamiento y archivo de imágenes) desde enero del 2007. Los productos pueden ordenarse ya sea por suscripción (producción sistemática y entrega de los datos adquiridos sobre un área durante un periodo dado), o ordenarlos a través de un catalogo interactivo.

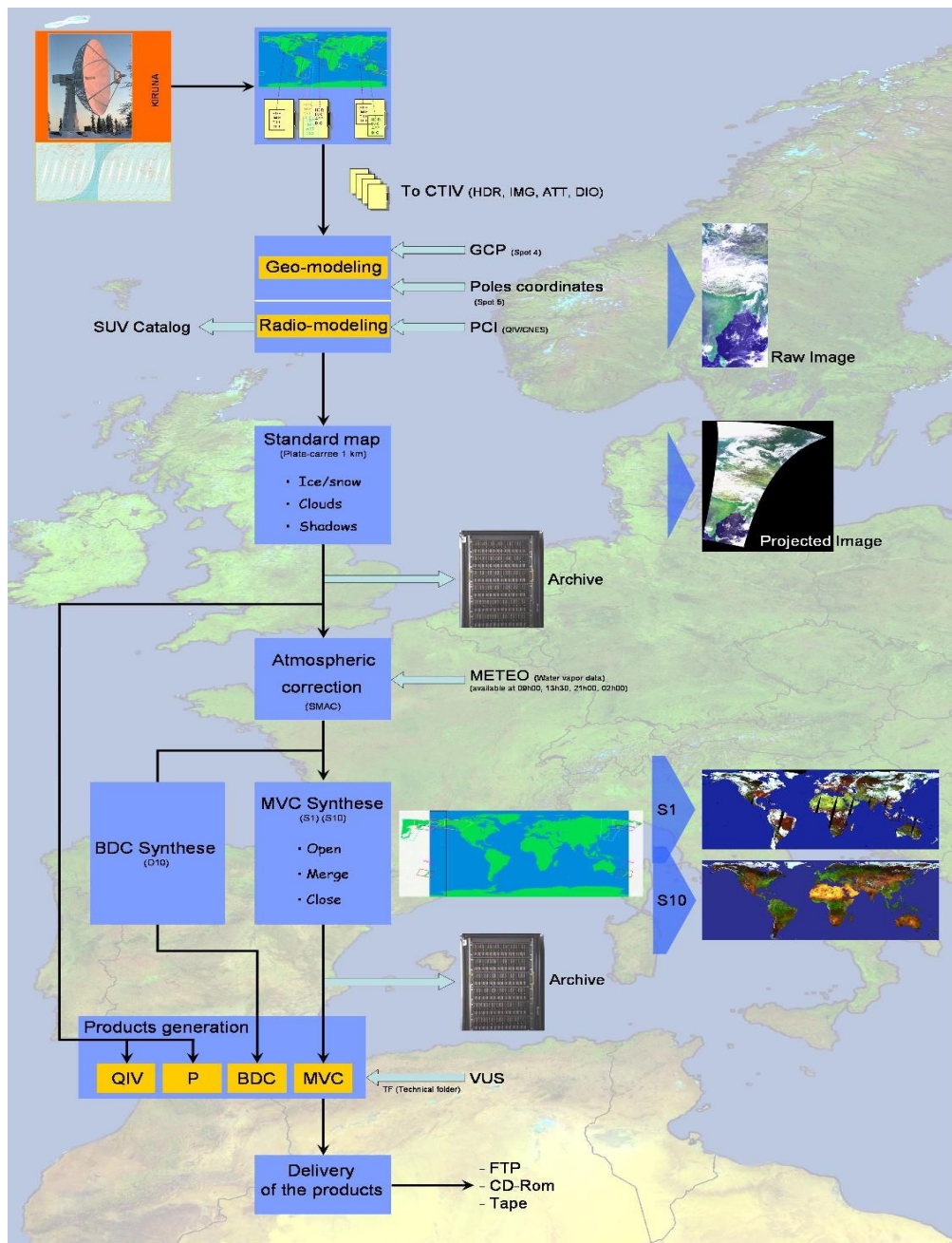


Figura 9. Descripción completa del proceso de obtención y entrega de datos

Los productos están disponibles con un corto retraso:

- 2 días después de la adquisición de la imagen para productos VGT-P y VGT S
- 2 días después del final de un periodo de 10 días, para productos VGT-S10
- Desde septiembre del 2001 la data adquirida hace más de tres meses atrás está libre para descarga a través de un ftp:
- Los productos VGT-S10 y VGT-D10 son accesibles directamente, siguiendo un corte predefinido por continente, con la posibilidad de usar una herramienta (VGTextextract) para extraer el área de interés, en el siguiente sitio:
<http://free.vgt.vito.be/>.

Anexo II. Método de obtención de los datos VGT-S10

Los datos VEGETATION son recibidos la Estación de Recepción Central localizada en Kiruna/Suecia. Esta recibe imágenes de telemetría de modo global, para ser transmitidos posteriormente al Centro de Tratamiento de las Imágenes VEGETATION (CTIV) en VITO (Vlaamse Instelling voor Technologisch Onderzoek), en Mol (Bélgica), donde se procesan, archivan y distribuyen productos derivados a los usuarios.


Los datos imagen S10 del sensor VEGETATION a bordo de los satélites SPOT 4 y 5 se encuentran de manera gratuita, hasta tres meses antes de la fecha, en la página web: free VEGETATION products, free.vgt.vito.be/ - 5k, de Vito Bélgica. Y el procedimiento para la descarga de las mismas es el siguiente:

- 1º Se ingresa directamente a la página: free.vgt.vito.be/ y en la parte superior de la misma se presiona el link: “Login”, el que te conduce a la página: <http://free.vgt.vito.be/login.php>, para luego ingresar al link: “Register”, este te conduce a un formulario, el cual luego de ser llenado apropiadamente, te reconoce como usuario y genera un código de acceso, el cual es enviado a el correo electrónico que ha sido previamente ingresado en el formulario.
- 2º Se ingresa nuevamente a la página: <http://free.vgt.vito.be/login.php>, luego se ingresa la dirección de correo electrónico y el código del usuario, esto genera el acceso a la página: <http://free.vgt.vito.be/home.php>, la cual es la página principal para la búsqueda y descarga de datos y te reconoce como usuario.
- 3º Estando en esta página, se da clic en la opción: “*add mew products to your active products*”, esta opción te conduce a la página: <http://free.vgt.vito.be/query.php>, en la cual puedes escoger, primeramente el tipo de imágenes que se desean, ya sean S10 o D10, luego de que sensor son requeridas, puede ser Spot 4 o Spot 5 o de ambos; también permite elegir el formato (NDVI o Radio), para luego elegir la zona de interés únicamente por continente y finalmente se elige las fechas de interés y se pulsa la opción: *buscar*.



Figura 10. Página principal para la búsqueda de datos imágenes

- 4° Se muestra una lista de las imágenes encontradas con la opción de seleccionar las requeridas únicamente, a partir de esto se puede regresar a la página anterior para definir una nueva búsqueda, o presionar la opción: “ *add to your active products*”, lo que te conduce a la opción de confirmar o no la elección que se ha realizado, si es confirmado la opción, nos conduce a la página: <http://free.vgt.vito.be/home.php>, donde ahora se muestra la lista: “*active products*”, con el nombre del usuario.
- 5° Una vez teniendo estando en esta página podemos optar por la imagen que se desea descargar y el proceso de descarga se inicia. Cabe mencionar, que cada usuario posee un máximo de capacidad de descarga de 10 Gb, y la lista se encontrará activa para que el usuario pueda acceder a ella por un máximo de cinco días, luego de los cuales esta lista desaparece, sin embargo, existe la posibilidad de volver a realizar esta descara si se siguen los pasos anteriormente mencionados, obviando la parte del registro.



Free VEGETATION Products
Logout

The ACTIVE PRODUCT list for Rivasplata Vasquez

Active products

File	Size	Days left for download
V2KRNS10__20070801_NDVI__S-America.ZIP	19.57 MB	5
V2KRNS10__20070811_NDVI__S-America.ZIP	19.58 MB	5
V2KRNS10__20070821_NDVI__S-America.ZIP	19.47 MB	5

For downloading a product : click on the product !!!

The total size of your active products is 58.62 MB.

There is 9.94 GB free space to add new products.

Add new products to your active products

This page shows the **active products** for user **Rivasplata Vasquez**.
Active products are the products that can be downloaded.
You can download a product by **clicking** it.

Once a product was added to this **active product list**, it will remain **active** for 5 days. After these 5 days, the product will be automatically deleted from this page. A user can **not** himself delete a product from the **active products**.

A user can always add **new products** to his **active products**.
For doing this, click the '**Add new products to your active products**' button.

There are however **limitations** on the downloadable quantities.

By initiating any download session of products in this active products list, the user agrees to the **general conditions**.

Figura 11. Página donde se descarga directamente las imágenes seleccionadas